



교구 장의 수학

ChamMath 교구 F1

차례

1	정십이각형을 만드는 수학적 아이디어 찾기	1
2	펜토미노 만들기와 도형 덮기	7
3	모자이크 퍼즐 도형을 수학적으로 만들자	13
4	정삼각형 블록 3개로 무늬 만들기	19
5	각기등과 각뿔	25
6	블록을 활용한 규칙 탐구	31
7	확신을 갖기 위해서 수학적으로 판단하기	37
8	집중해서 만들기와 탱그램 일기	43

1 정십이각형을 만드는 수학적 아이디어 찾기

활동1 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형 만들기

1 다음 블록으로 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형을 만드는 방법을 찾아 만들고 그리시오.

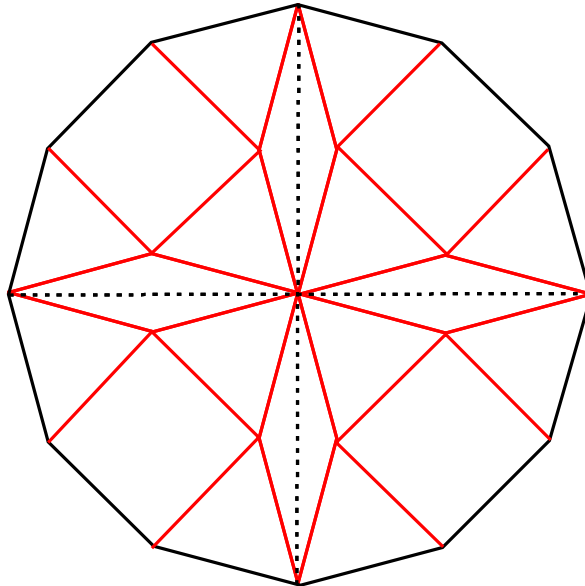
T 선대칭이면서 점대칭이 되려면 주어진 두 점선으로 좌우상하로 대칭이된다.

- 녹색 정삼각형 블록 12개
- 회색 마름모 블록 4개
- 주황색 정사각형 블록 4개

T (방법1)에서는 두 점선이 꼭짓점에서, 그어져 있으므로 회색 블록 4개와 주황색 블록 4개를 어떻게 놓을 것인가를 생각해 보도록 한다.

방법 1

T 가운데 점을 지나는 점선이 정십이각형의 꼭짓점에서 그어져 있으므로 우선 회색 블록 4개를 가운데 점과 점선을 중심으로 아래와 같이 놓아야 좌우상하로 대칭이 되어 선대칭이면서 점대칭이 된다.



- 2 앞 쪽과 똑같은 블록으로 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형을 만드는 또 다른 방법을 찾아 만들고 그리시오.

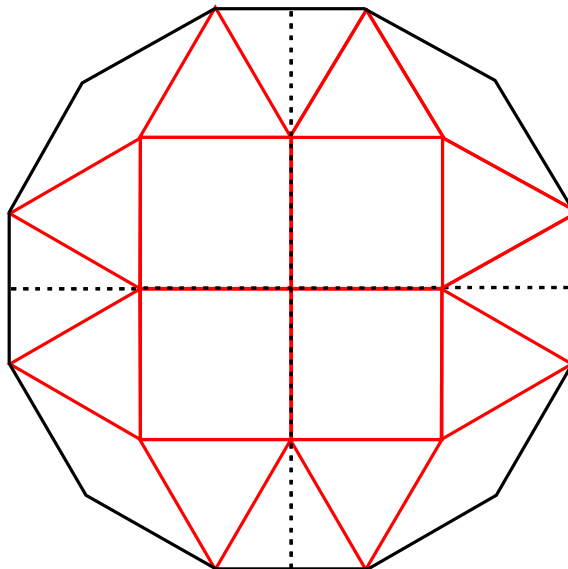
T 선대칭이면서 점대칭이 되려면 주어진 두 점선으로 좌우상하로 대칭이된다.

- 녹색 정삼각형 블록 12개
- 회색 마름모 블록 4개
- 주황색 정사각형 블록 4개

T (방법2)에서는 점선이 변의 중점에서 그어져 있으므로 회색 블록 4개와 주황색 블록 4개를 어떻게 놓을 것인가를 생각해 보도록 한다.

방법 2

T 가운데 점을 지나는 점선이 정십이각형의 변의 중점에서 그어져 있으므로 우선 주황색 블록 4개를 가운데 점과 점선을 중심으로 아래와 같이 놓고, 나머지 블록을 어떻게 놓을 것인가를 생각해 본다.



활동2 이미 만든 것을 바탕으로 해서 또 다른 정십이각형 만들기

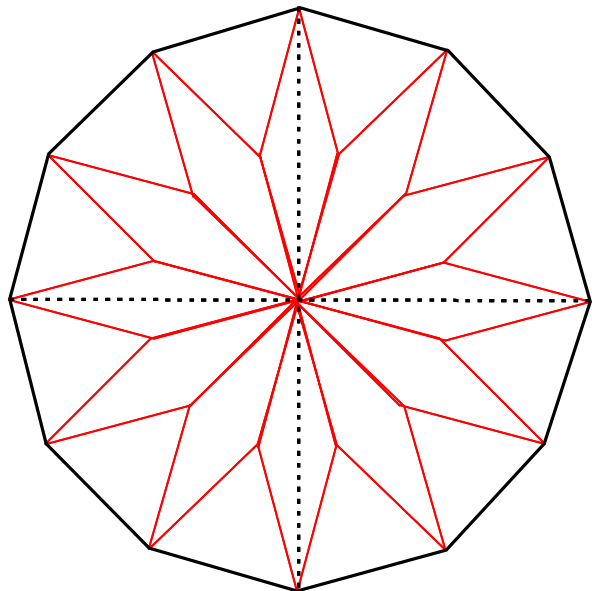
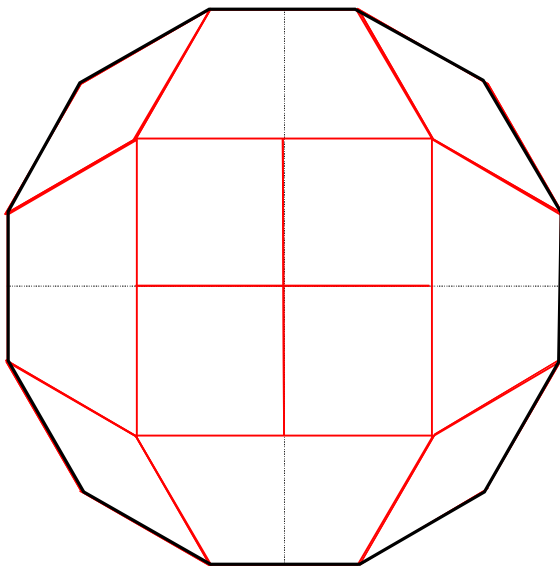
- 1 앞의 **활동1**에서 만든 것을 바탕으로 생각을 해서 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형을 만들 수 있는 블록의 종류와 개수를 쓰고, 만들어 보시오.

생각 및 블록의 종류와 개수

활동1의 (방법2)에서 녹색 블록 3개는 빨간색 블록 1개이므로 (빨간색 4개, 회색 4개, 주황색 4개)로 만들 수 있다. **T** (빨간색 2개, 녹색 6개, 회색 4개, 주황색 4개)로도 만들 수 있다.

생각 및 블록의 종류와 개수

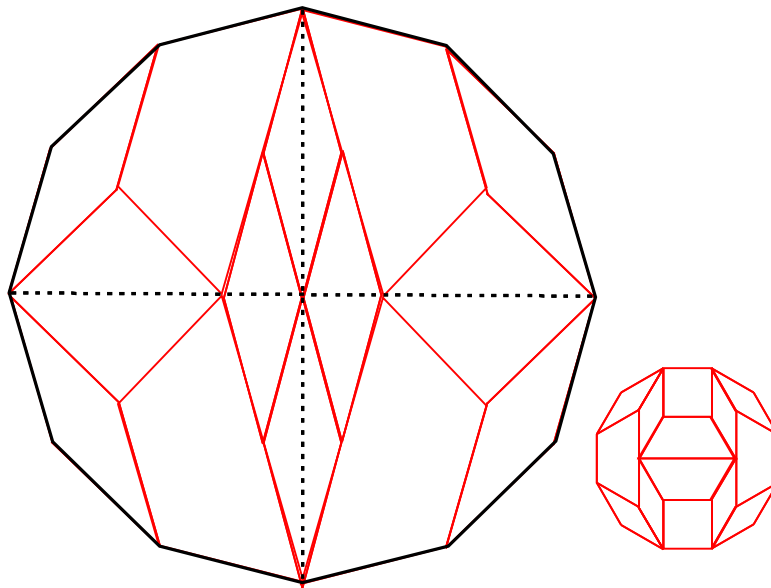
활동1의 (방법1)과 (방법2)에서 주황색 블록 1개와 녹색 블록 1개(△)는 회색 블록 2개와 녹색 블록 1개(△)이므로 주황색 블록 1개는 회색 블록 2개이다. 따라서 (녹색 12개, 회색 12개)로 만들 수 있다. **T** 블록의 배열을 다르게 해서도 만들어 본다.



- 2 앞 쪽의 1에서 만든 것을 보고, 또 다른 방법으로 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형을 만들 수 있는 블록의 종류와 개수를 쓰고, 만들어 보시오.

생각 및 블록의 종류와 개수

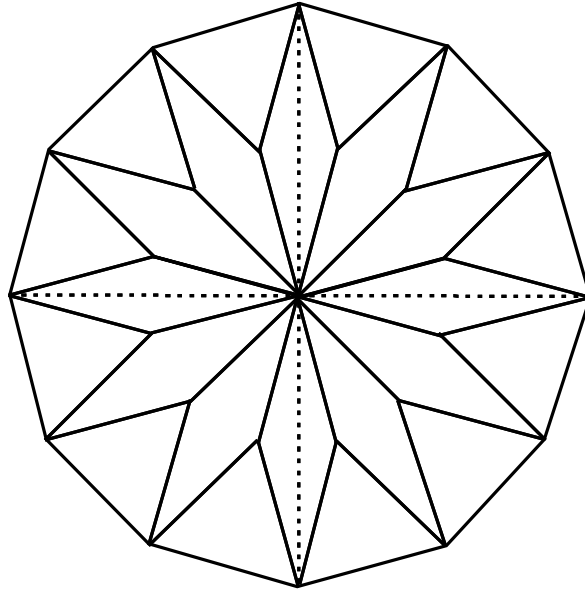
주황색 블록 1개는 회색 블록 2개와 같으므로 (회색 블록 4개, 주황색 블록 4개, 빨간색 블록 4개) 대신에 (회색 블록 8개, 주황색 블록 2개, 빨간색 블록 4개)로도 만들 수 있다. 그런데 회색 4개를 1쪽의 (방법1)과 같이 놓거나 빨간색 블록 4개를 앞 쪽의 1과 같이 놓으면, 주황색 블록 2개를 어떻게 놓아도 좌우상하 대칭이 안 된다. 따라서 다르게 놓는 방법을 찾아야 한다.



- T 잘 못하는 아동에게는 회색 블록 4개로 회색 블록 1개와 같은 모양을 더 크게 만들고, 빨간색 블록 4개를 어떻게 놓아서 좌우상하가 같도록 할 것인지 생각해 보도록 한다. 또 빨간색 블록 2개로 육각형을 만들어 가운데에 놓고, 주황색 블록 2개를 어떻게 놓아야 좌우상하가 같을지 생각해서 또 다른 방법으로 만들게 한다.

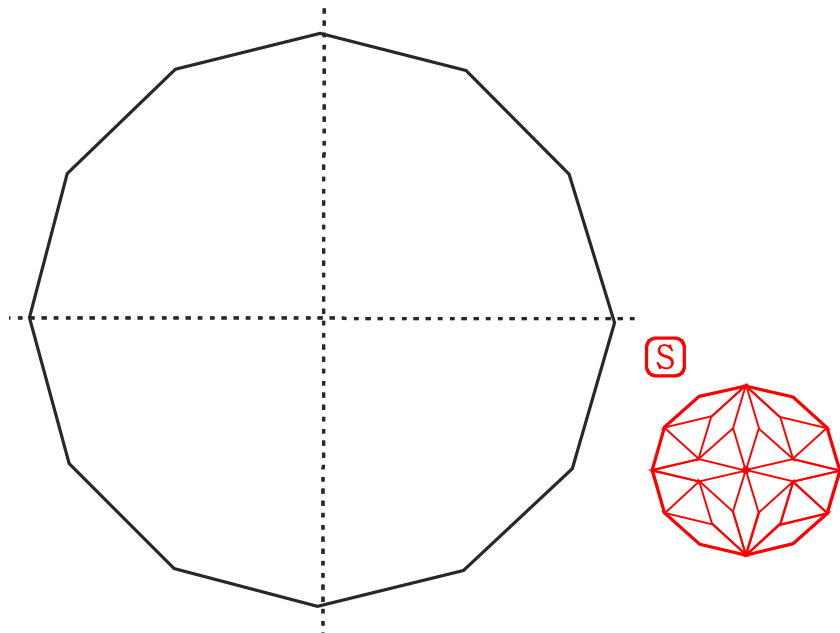
창의적탐구

녹색 블록 12개와 회색 블록 12개로 다음과 같이 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형을 만들 수 있습니다. 이 블록을 사용해서 또 다른 방법으로 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형을 만드는 방법을 쓰고, 만들어 보시오.



방법

가운데 점을 중심으로 녹색 블록과 회색 블록을 번갈아 가며 놓은 다음에 나머지 블록을 좌우상하가 대칭이 되도록 놓는다.



위의 활동을 가족이나 친구와 함께 해 보시오.

2

펜토미노 만들기와 도형 덮기

활동1

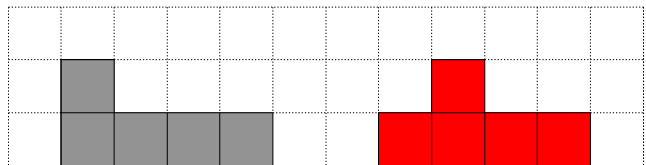
펜토미노 만들기

- 1 5개의 정사각형을 변끼리 이어 붙여서 만든 도형을 ‘펜토미노’라고 합니다. 가로 한 줄로 연결된 블록의 개수를 기준으로 해서 주황색 블록 5개로 만들 수 있는 12가지 펜토미노 중에 나머지 모양들을 만들어 보시오.

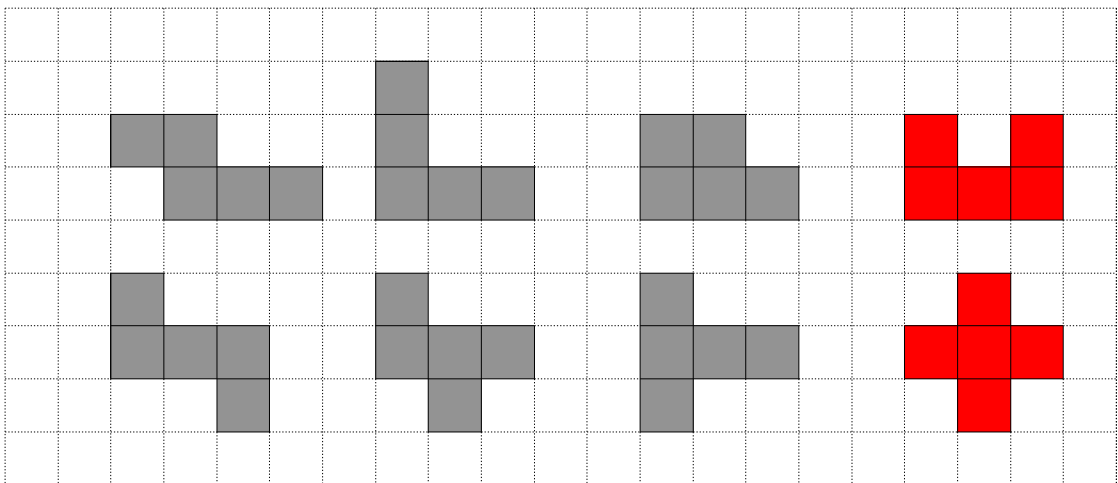
- 가로 한 줄로 5개가 연결된 모양



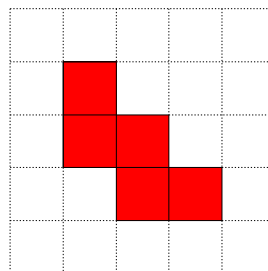
- 가로 한 줄로 4개가 연결된 모양



- 가로 한 줄로 3개가 연결된 모양

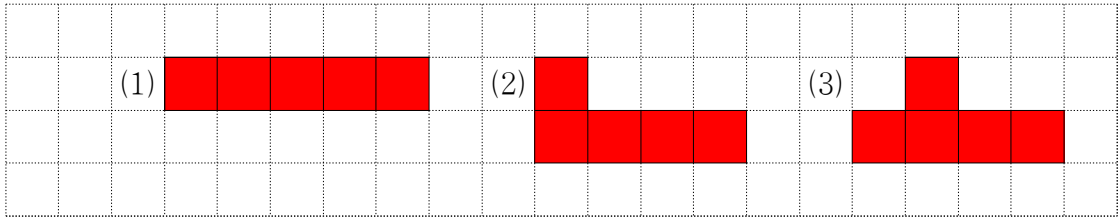
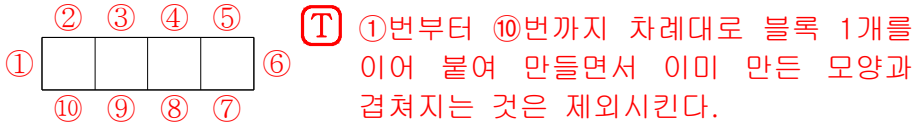


- 가로 한 줄로 2개가 연결된 모양

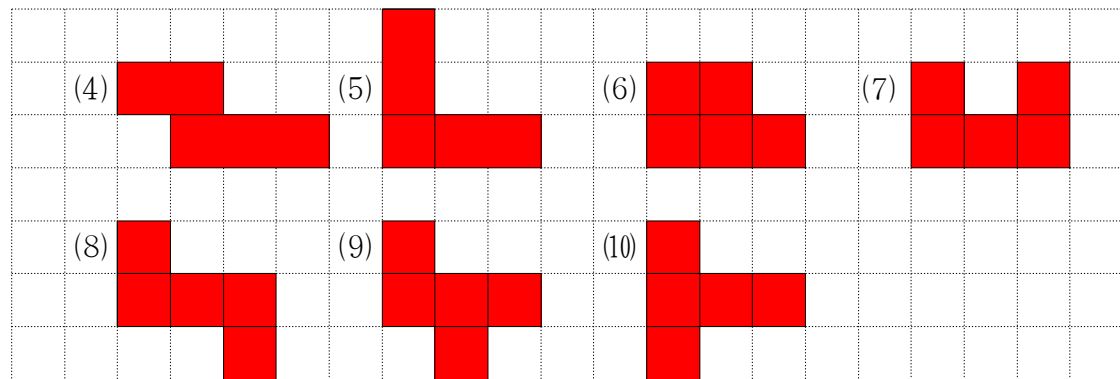
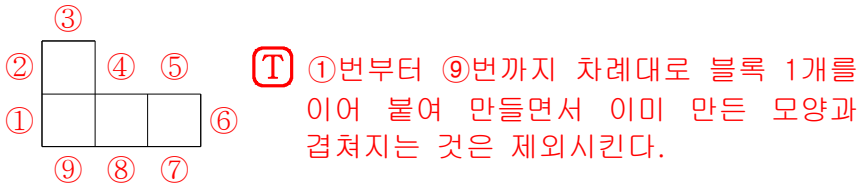


2 주황색 정사각형 블록 4개를 적어도 한 변이 맞닿게 이어 붙여서 5가지 테트로미노를 만들 수 있습니다. 4개로 만든 각각의 모양에 정사각형 블록 1개를 더 붙여서 만들 수 있는 펜토미노를 모두 만들고, 그려보시오.

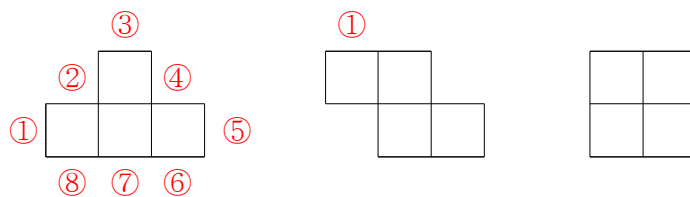
(1)



(2)



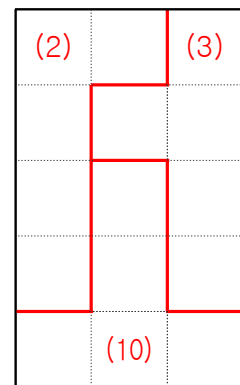
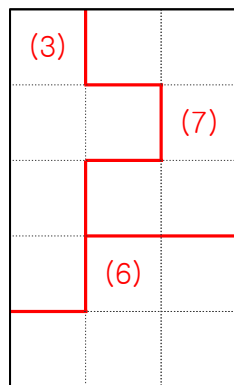
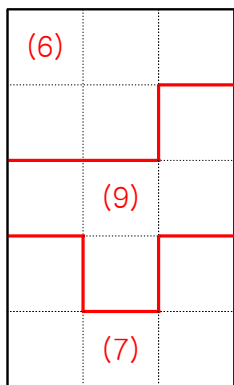
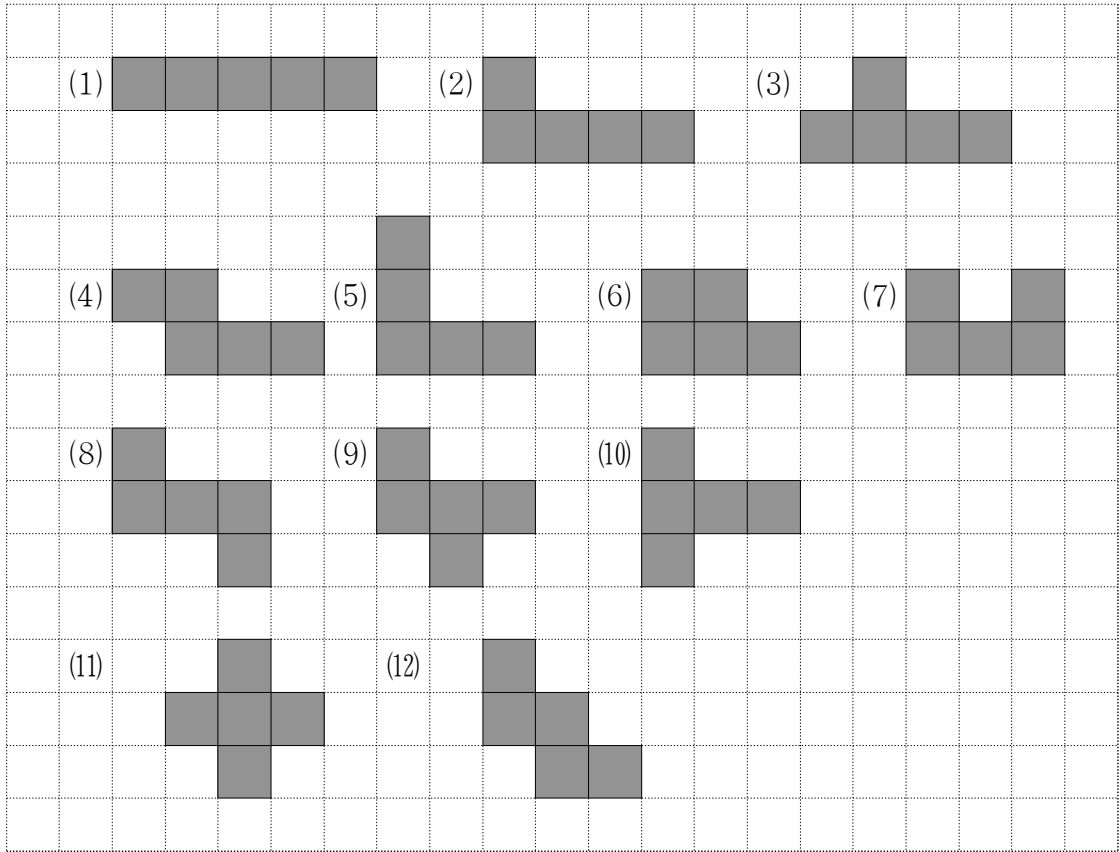
(3)



T 앞의 (1), (2)에서 만든 것에 번호를 붙여 확인해 보면 위의 모양 ①, ⑤에 붙인 것은 (3)과 같고, ②, ④에 붙인 것은 (6)과, ③에 붙인 것은 (10)과, ⑥, ⑧에 붙인 것은 (9)와 같아서 결국 ⑦에 붙인 1가지만 더 만들어진 것이다. 그리고 두 번째 모양의 ①에 붙여서 (12)가 만들어지며, 나머지에 붙인 것은 이미 만든 것들과 같다.

활동2 조건에 맞게 펜토미노로 도형 덮기

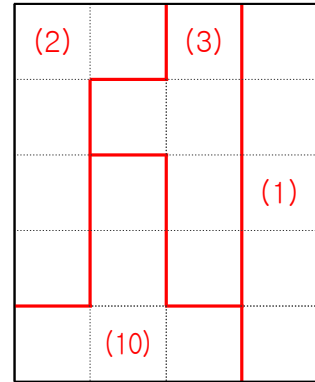
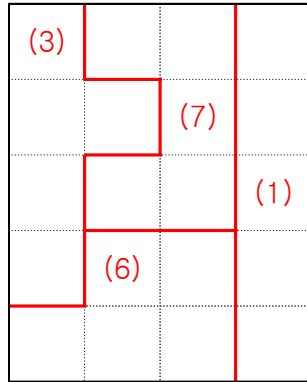
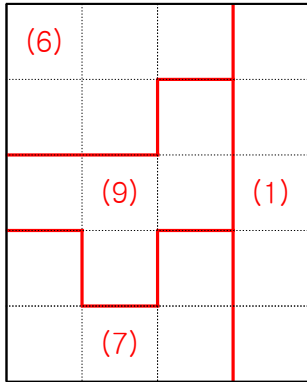
1 주황색 정사각형 블록 5개로 다음과 같이 12가지 모양의 펜토미노를 만들 수 있습니다. 이 중에 3가지를 이용하여 아래의 모양을 덮어 보고, 굵은 선으로 나타내시오.



T 이 밖에도 여러 가지 방법으로 만들 수 있다.

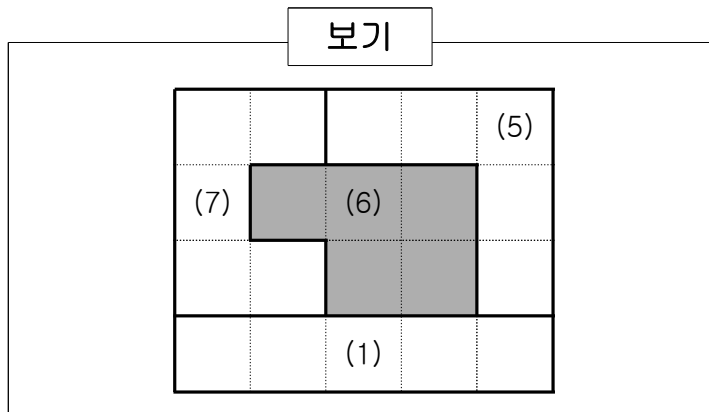
2 12가지 펜토미노 중에 4가지를 이용하여 다음 모양을 빠르고 정확하게 만드는 방법을 쓰고, 만들어 보시오.

(방법) 3조각으로 만든 (6), (7), (9)번에 (1)번을 추가하면 빠르고 정확하게 만들 수 있다.

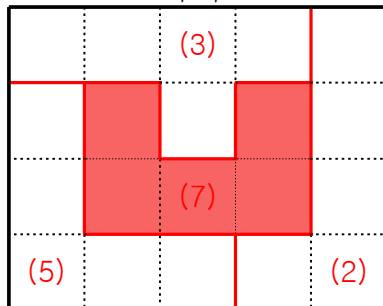


3 12가지 펜토미노 중에서 4가지와 5가지로 다음 모양을 덮는데, [보기]와 같이 사각형의 둘레와 만나지 않는 조각이 1개 생기도록 덮어 보시오.

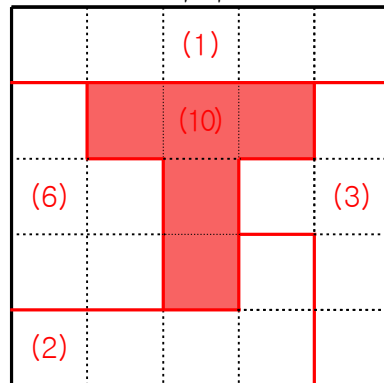
[T] 4가지로 4X5 직사각형을 덮는 경우, 모양의 둘레와 만나지 않게 가운데에 놓을 수 있는 펜토미노는 (6)번과 (7)번뿐이다.



4가지로



5가지로

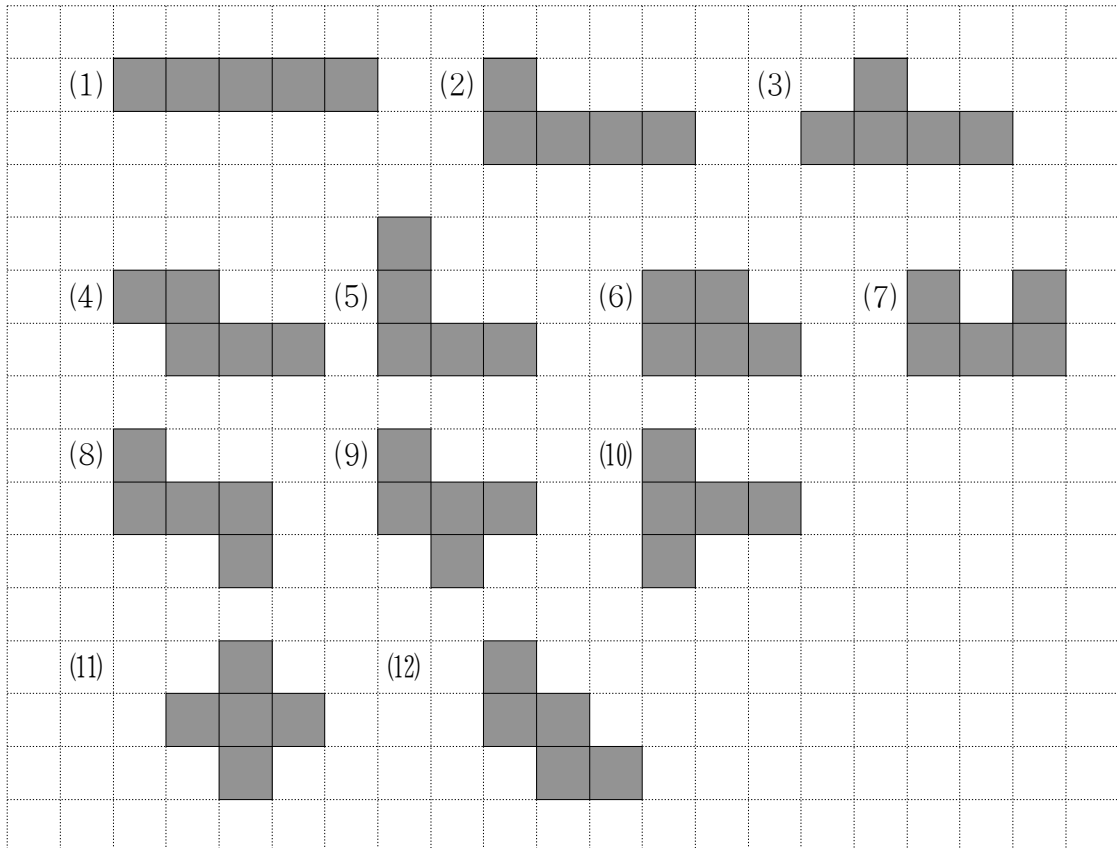


[T] 위와 같이 (2), (3), (5), (7) 이외에 (2), (3), (5), (6)으로도 덮을 수 있으므로 항상 또 다른 방법을 찾도록 한다.

[T] 위와 같이 (1), (2), (3), (6), (10) 이외에 (1), (2), (3), (5), (7)로도 만들 수 있으며, 이때 (7)번이 가운데에 놓이게 된다.

창의적탐구2

다음은 주황색 정사각형 블록 5개로 만든 12가지 모양의 펜토미노입니다. 12가지 펜토미노를 적당히 움직이면 알파벳 모양을 만들 수 있습니다. 각각의 펜토미노가 아래의 알파벳 중에 어느 알파벳 모양이 되는지 펜토미노의 번호를 써넣으시오.



T (10) U (7) V (5) W (12) X (11) Y (3)

I (1) L (2) P (6) N (4) F (9) Z (8)



위의 활동을 가족이나 친구와 함께 해 보시오.

3

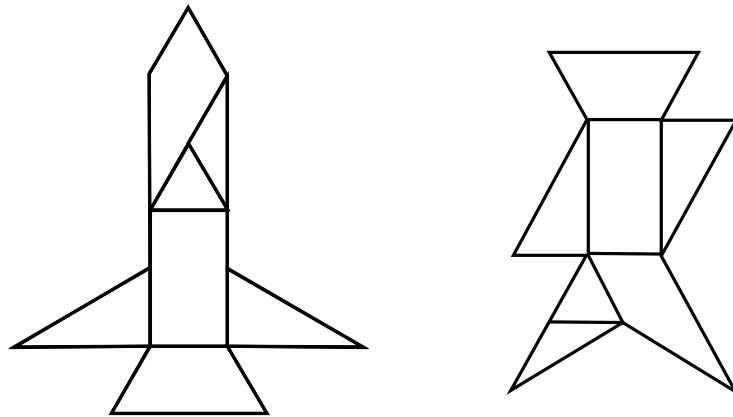
모자이크퍼즐 도형을 수학적으로 만들자

활동1

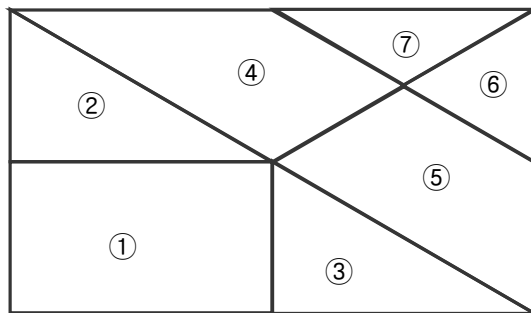
모자이크퍼즐로 여러 가지 모양과 직사각형 만들기

- 1 다음 모양들을 7초 동안만 관찰한 다음에 책을 덮고, 각각 만들어 보시오.

T 하늘색 모자이크퍼즐 7조각을 준비시키고, 전체적으로 교사의 신호에 따라 집중해서 관찰한 다음에 만들도록 한다.



- 2 하늘색 모자이크퍼즐 7조각으로 다음과 같은 순서에 따라 직사각형을 만드시오.



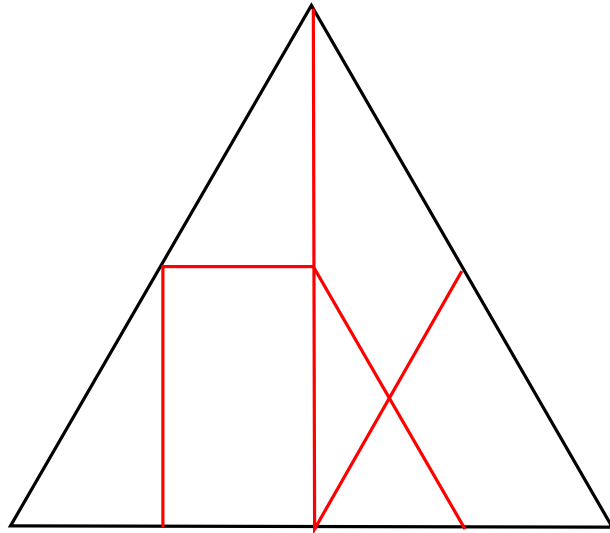
T 이와 같이 늘어놓은 다음에 각각의 특징을 알아본다.
즉, ①은 사각형, ②와 ③은 똑같은 직각삼각형, ④와 ⑤는 예각이 2개, 둔각이 2개인 사각형, ⑥은 정삼각형(예각삼각형), ⑦은 둔각삼각형이다.

T 우선 책을 펴지 않고 모자이크퍼즐 7조각으로 직사각형을 만들어 보도록 한 다음에 위와 같이 빠르고 정확하게 만들어 보도록 한다. 물론 각 조각의 배열을 다르게 해서 만들 수도 있다.

- 3 직사각형 만드는 방법을 여러 번 연습한 다음에 보지 않고 만들어 보시오. 모자이크퍼즐로 놀이가 아니라 수학 활동을 할 때는 위와 같은 직사각형을 바탕으로 생각을 해서 여러 가지 도형을 만들게 되므로 직사각형을 능숙하게 만들 수 있어야 합니다.

시행착오적인 방법과 수학적 방법 비교하기

- 1 모자이크퍼즐 7조각을 한 줄로 늘어놓으시오. 그리고 7조각을 사용해서 다음 정삼각형을 만들어 보시오.



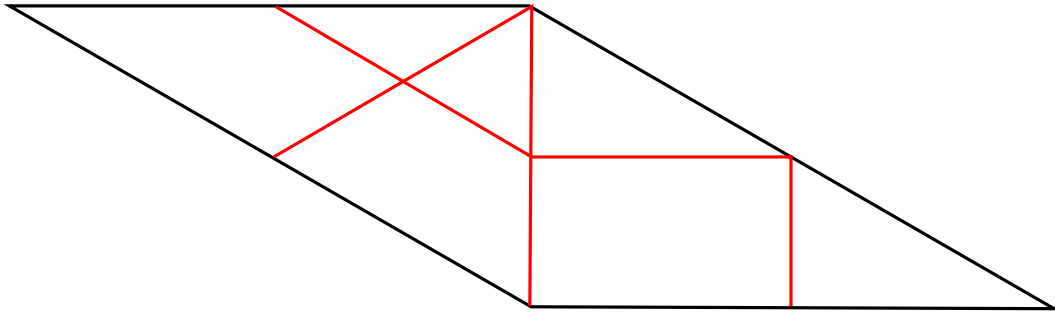
T 잠깐 동안 만들면서 쉽게 만들었다고 해도 어떻게 만들었는지 분명하게 말할 수 없음을 경험하도록 한다.

- 2 모자이크퍼즐 7조각으로 도형을 만들 때, 위와 같이 적당히 늘어놓고 시행착오적인 방법으로 만드는 것보다는 이미 알고 있는 직사각형을 만들어 놓고 어떻게 옮겨서 주어진 도형을 만들 것인지 생각해야 합니다. 위의 도형을 수학적으로 만드는 방법을 쓰고, 빠르고 정확하게 만들어 보시오.

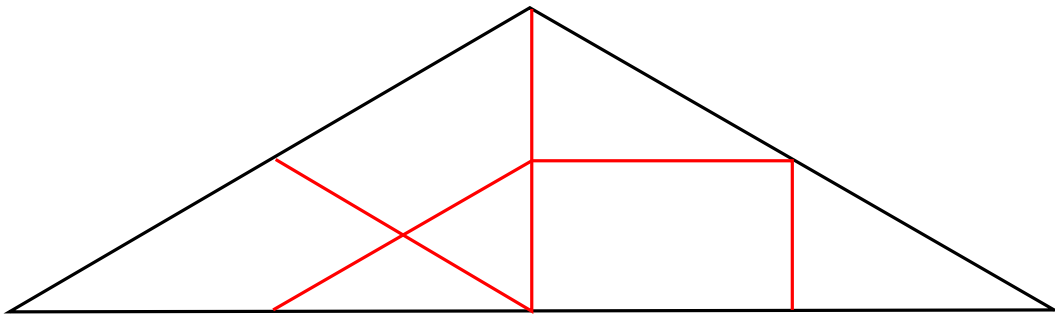
수학적으로 만드는 방법

7조각을 적당히 늘어놓아 위의 삼각형을 만드는 것은 쉽지 않다. 하지만 이미 알고 있는 직사각형을 만들어 놓고 생각해 보면 반쪽 삼각형을 옮겨 붙여 간단하게 정삼각형을 만들 수 있다.

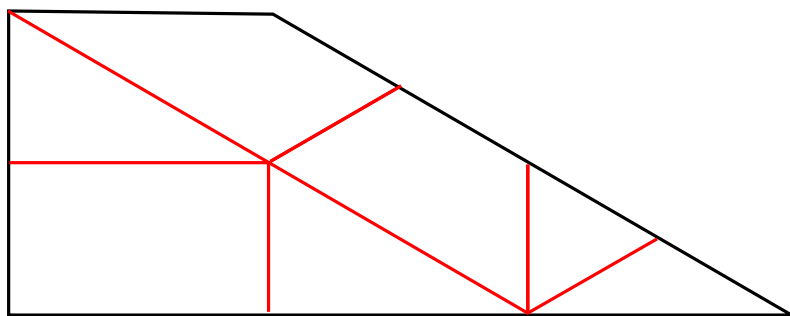
- ③ 모자이크퍼즐 7조각을 사용해서 다음 평행사변형과 이등변삼각형을 만들고, 본을 떼서 그리시오.



- ㉮ 수학적인 방법을 잘 찾지 못하는 어린이에게는 ‘수학이란 이미 알고 있는 것을 바탕으로 생각을 해서 새로운 것을 알아내는 것’이라는 것을 강조한 다음에 이미 알고 있는 직사각형을 만들어 놓고, 어떻게 옮겨서 위의 도형을 만들 것인가를 생각하도록 한다.



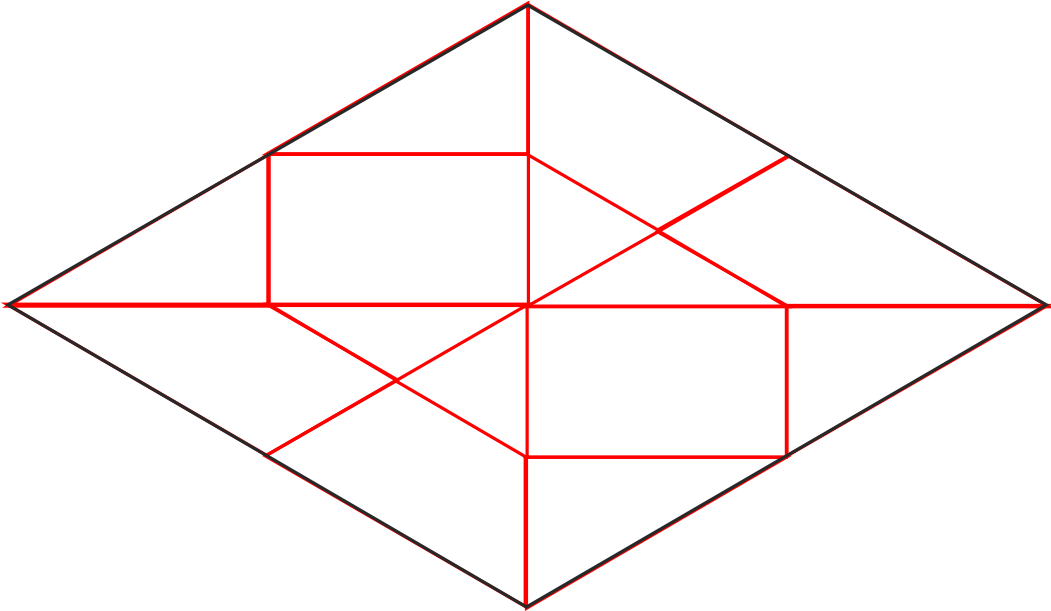
- ④ 모자이크퍼즐 7조각으로 다음 사다리꼴을 만드시오.



- ㉮ 아직도 적당히 만들려고 하는지, 직사각형을 만들어 놓고 ⑥, ⑦번을 간단히 옮겨서 만드는지 확인한다.

활동3 수학적 방법으로 다각형 만들기

- 1 모자이크퍼즐 2세트 14조각으로 다음 마름모를 만들 수 있다는 것을 설명하고 만드시오.

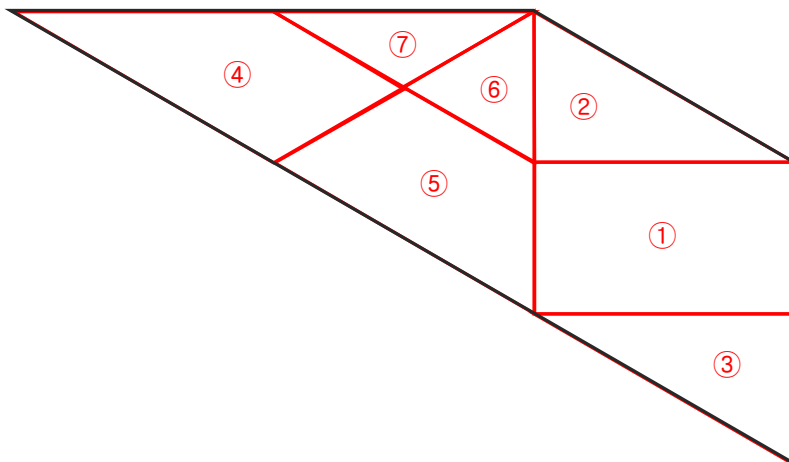


T 우선 14조각으로 채워 보게 해서 쉽게 채워지지 않는다는 것을 경험시킨 후에 수리적인 방법을 찾아보도록 한다.

수학적으로 만드는 방법

모자이크퍼즐 7조각 한 세트로 이미 알고 있는 직사각형을 만든 다음에 반쪽 삼각형을 옮겨 붙여 삼각형을 만든 것으로 마름모의 반쪽을 채우고, 다른 한 세트를 사용해서 똑같은 방법으로 마름모의 반쪽을 채운다.

- 2 모자이크퍼즐 7조각으로 직사각형을 만든 다음에 일부 조각을 2번 옮겨서 아래 모양을 만드는 방법을 설명하고 만드시오.

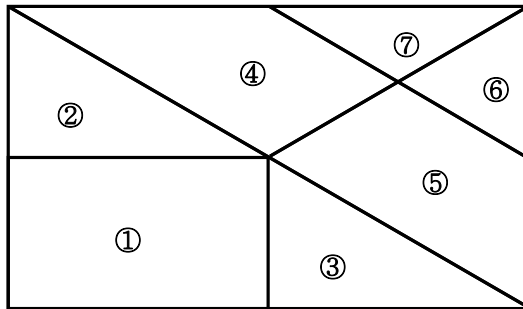


방법

- (1) 7조각으로 직사각형을 만든다.
- (2) ①, ②, ③번을 오른쪽으로 옮겨서 평행사변형을 만든다.
- (3) ③번을 ①번 아래쪽으로 옮겨서 완성한다.

창의적탐구3

모자이크퍼즐 7조각 중에 ⑥번 정삼각형의 넓이를 ‘1’이라고 할 때, 각 조각의 넓이를 나타내고, 물음에 답하시오.

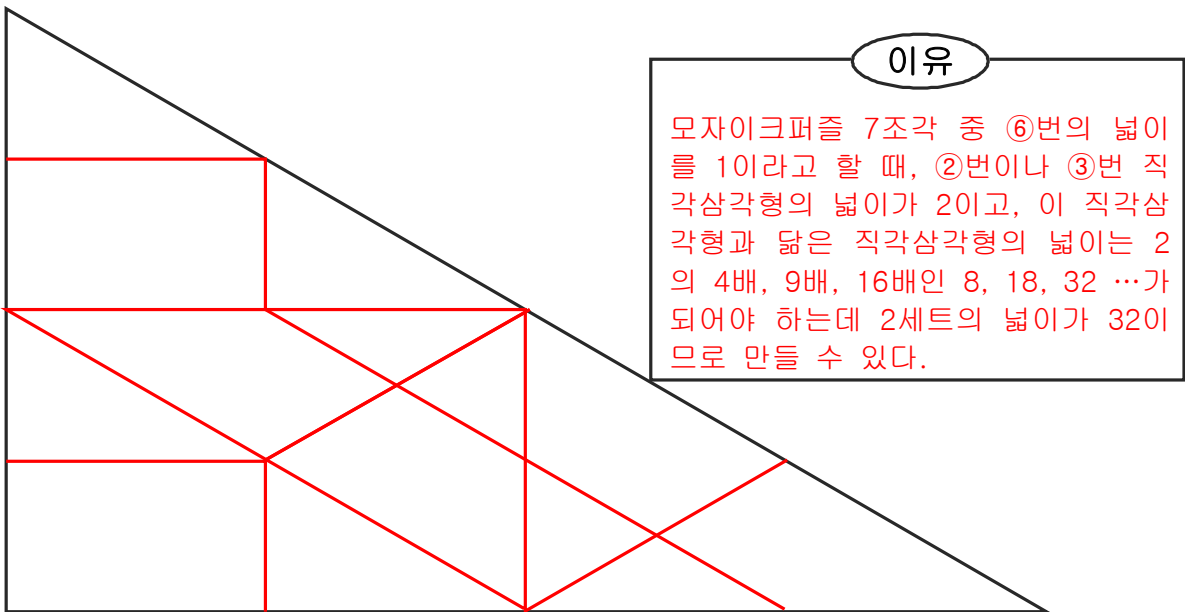


① (4) ② (2) ③ (2) ④ (3) ⑤ (3) ⑥ (1) ⑦ (1)

1 위의 7조각을 전부 사용해서 직각삼각형을 만들어 보시오.

T 잠깐 동안 만들어 보게 한 다음에 수학적으로 만들 수 있는지 없는지를 먼저 생각하는 것이 중요하다는 것을 강조한다. 즉, ②번 직각삼각형의 넓이가 2이고, 전체 7조각의 넓이는 16인데 ②번 직각삼각형과 닮은 형태의 직각삼각형이 만들어진다면 그 넓이는 2의 4배, 9배, 16배인 8, 18, 32가 되어야 한다. 따라서 넓이가 16인 7조각으로는 만들 수 없고 2세트의 넓이는 32이므로 2세트로 만들 수 있다.

2 모자이크퍼즐 2세트 14조각으로 직각삼각형을 만들 수 있는 이유와 방법을 쓰고, 만들어 보시오.



이유

모자이크퍼즐 7조각 중 ⑥번의 넓이를 1이라고 할 때, ②번이나 ③번 직각삼각형의 넓이가 2이고, 이 직각삼각형과 닮은 직각삼각형의 넓이는 2의 4배, 9배, 16배인 8, 18, 32...가 되어야 하는데 2세트의 넓이가 32이므로 만들 수 있다.

방법

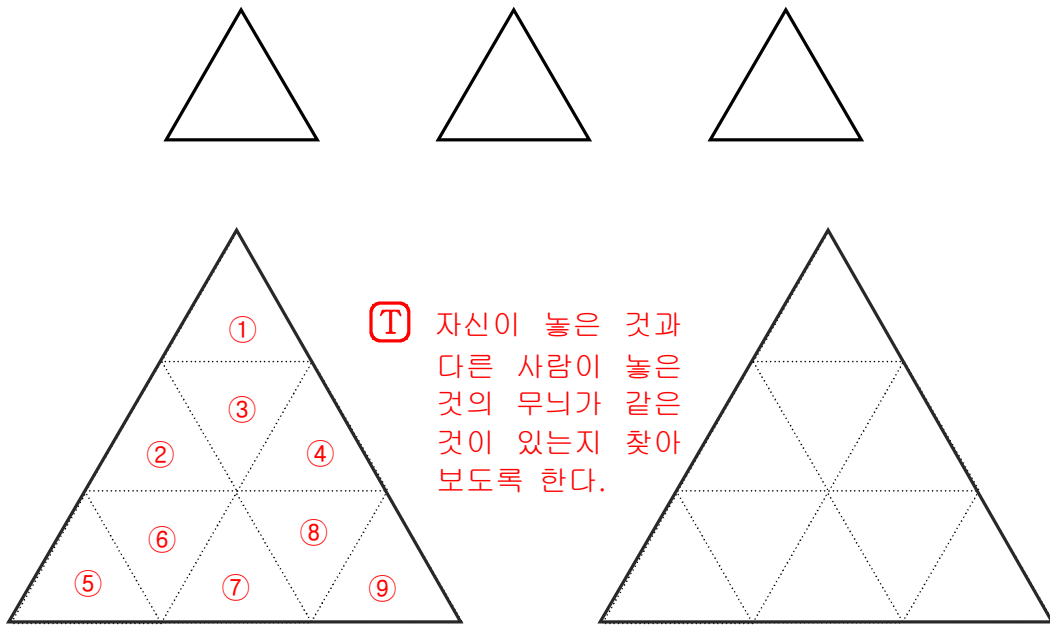
모자이크퍼즐 한 세트로 직사각형을 만들어 위의 직각삼각형의 직각 부분에 놓는다. 또 한 세트로 직사각형을 만든 다음에 직사각형의 절반인 직각삼각형을 각각 위쪽과 오른쪽에 옮겨 붙인다.

위의 활동을 가족이나 친구와 함께 해 보시오.

4 정삼각형 블록 3개로 무늬 만들기

활동1 정삼각형 블록 3개로 무늬 만들기

- 1 작은 정삼각형 9개로 만들어진 아래의 큰 정삼각형에 녹색 블록 3개씩을 서로 다른 방법으로 놓아 보시오.



- (1) 작은 정삼각형 9개로 만들어진 위의 큰 정삼각형에 녹색 블록 3개씩을 놓았을 때, 무늬가 같은지 다른지를 어떻게 알 수 있습니까?

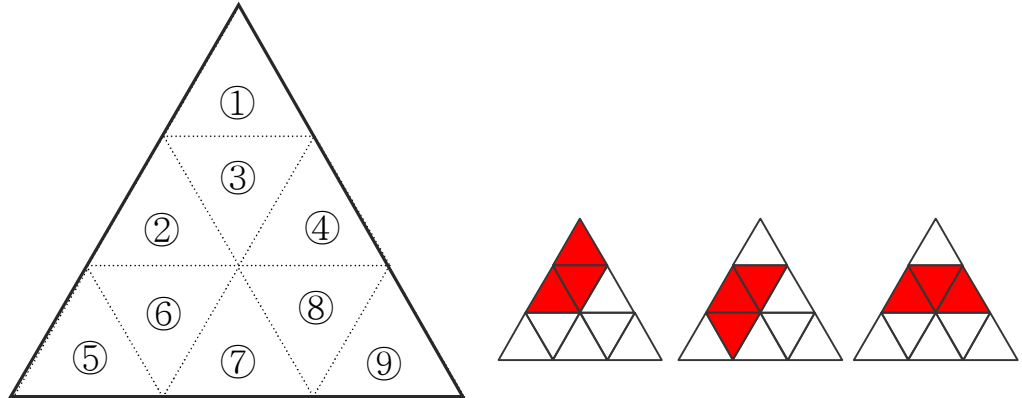
S 밑기에 의해서 겹쳐지는 것뿐만 아니라 돌리거나 뒤집어서 겹쳐지는 것도 같은 것이다.

- (2) 위의 그림에 녹색 블록 3개를 놓아 여러 가지 무늬를 만들려고 합니다. 빠짐없이 모두 만들려면 어떻게 해야 합니까?

T 모두 20가지 무늬가 만들어지는데, 어떤 기준과 순서를 정해서 만들어야 빠짐없이 모두 만들 수 있는지 생각해 보도록 한다. 여기서는 개략적인 방법만 알아본다.

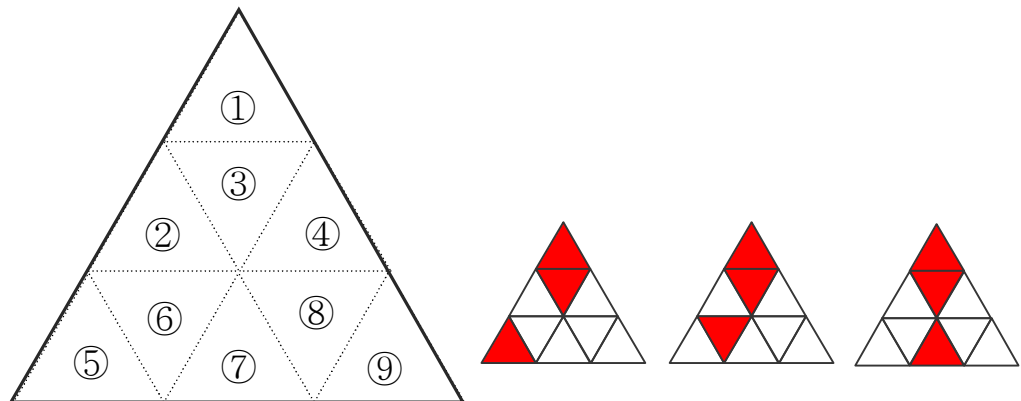
S 녹색 블록 3개가 모두 변끼리 맞닿아 있는 경우 (3가지), 2개가 변끼리 닿아 있는 경우(7가지), 3개가 모두 변끼리 맞닿아 있지 않은 경우(10가지)로 나누어서 만든다. 또는 위의 그림에서 ①, ②에 한 개씩을 놓았을 때 나머지 한 개를 놓은 방법(7가지), ①, ③에 놓았을 때(3가지), ①, ⑤에 놓았을 때(2가지), ②, ③에 놓았을 때(6가지) 그리고 ②, ④, ⑦ 또는 ③, ⑥, ⑧과 같이 순서대로 만든다.

- 2 다음 큰 정삼각형에 녹색 블록 3개를 놓을 때, 3개가 변끼리 맞닿아 있는 경우를 모두 놓아 보고, 만들어진 무늬를 그려 보시오.

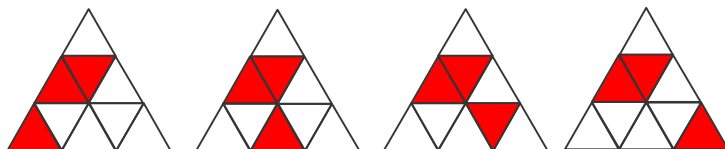


T 녹색 블록 3개를 놓았을 때, 그 무늬가 돌리거나 뒤집어서 겹쳐지는 것은 제외한다.

- 3 다음 큰 정삼각형에 녹색 블록 3개를 놓을 때, ①, ③에 녹색 블록 2개가 변끼리 맞닿아 있는 경우를 모두 놓아 보고, 만들어진 무늬를 그려 보시오.

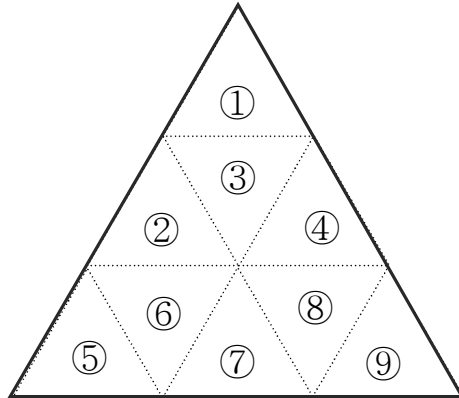


- 4 위의 큰 정삼각형에 녹색 블록 3개를 놓을 때, ②, ③에 녹색 블록 2개가 변끼리 맞닿아 있는 경우 모두 놓아 보고, 만들어진 무늬를 그려 보시오.



T 위의 3, 4에서 만든 7가지를 제외하고 녹색 블록 2개가 변끼리 닿아 있는 또 다른 경우를 찾아보도록 한다. 만약에 찾았다고 하면 위의 7가지 중에 하나일 것이다.

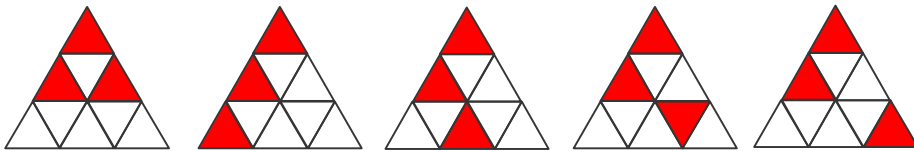
- 5 다음 큰 정삼각형에 녹색 블록 3개를 놓을 때, 3개가 모두 변끼리 맞닿아 있지 않는 경우의 무늬를 모두 만들려면 어떻게 해야 합니까?



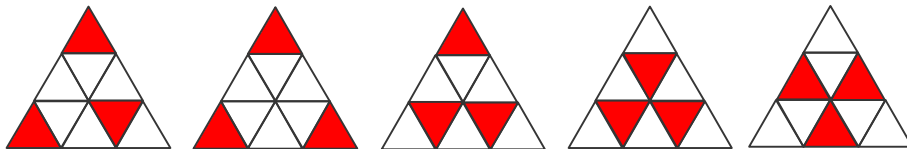
S 모두 떨어져 있어야 하는 경우이므로 (1, 2)에 (1, 5)에, (1, 6)에 놓았을 때 나머지 한 개를 놓는 방법을 순서대로 모두 찾는다.

T ①, ③은 모두 떨어져 있지 않고, ①, ④는 ①, ②와 뒤집으면 겹쳐진다.

- (1) 위의 큰 정삼각형에서 ①과 ②에 녹색 블록을 놓았을 때, 나머지 한 개의 녹색 블록을 놓아서 만들 수 있는 무늬를 모두 만들고, 그려 보시오.



- (2) 위의 그림에서 ①과 ⑤나 ①과 ⑥ 또는 다른 방법으로 녹색 블록 2개를 놓은 다음에 나머지 한 개의 녹색 블록을 놓아서 만들 수 있는 무늬를 모두 만들고, 그려 보시오.

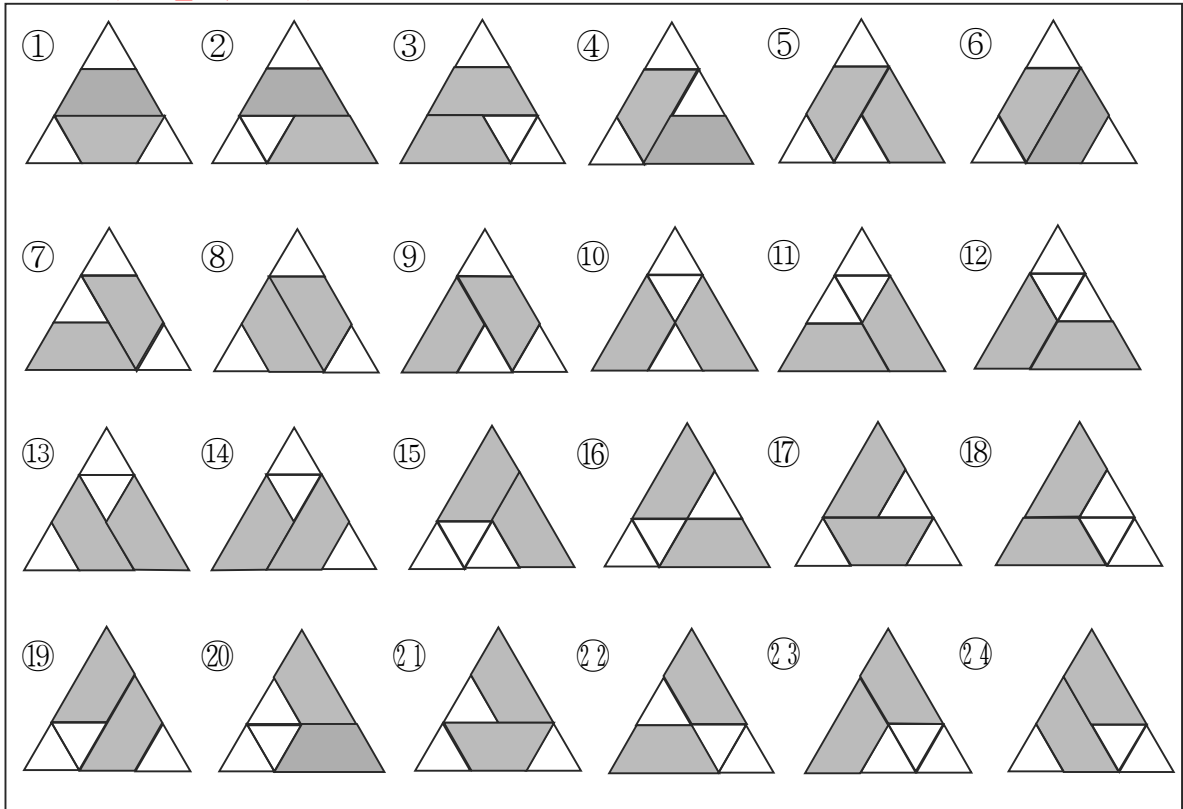


T ①, ⑤에 놓고 나머지 한 개를 ⑥에 놓으면 2개가 맞닿게 되고, (1, 5, 7)은 위의 (1)에서 놓은 (1, 2, 9)와 같으므로 안되고 (1, 5, 8), (1, 5, 9)가 만들어진다. 따라서 모두 $3 + 7 + 10 = 20$ (가지)이다.

활동2 돌리거나 뒤집어서 겹쳐지는 무늬 찾기

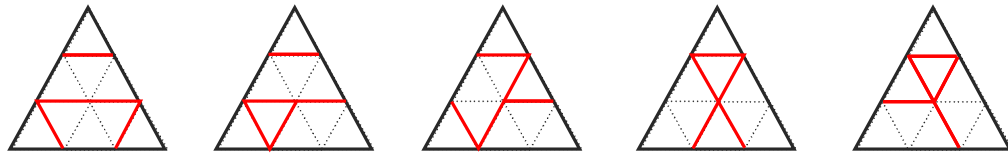
1 녹색 블록 3개와 빨간색 블록 2개로 정삼각형을 만들 때, 밀기에 의해서 무늬가 겹쳐지지 않는 경우는 다음과 같이 24가지입니다. 그렇다면 아래의 모든 정삼각형은 무늬가 서로 다른지?

S 돌리거나 뒤집으면 무늬가 겹쳐지는 정삼각형이 있으므로 모두 서로 다른 무늬라고 할 수 없다.



2 녹색 블록 3개와 빨간색 블록 2개로 만든 위의 정삼각형 중에서 무늬가 서로 다른 경우를 모두 그려 보시오.

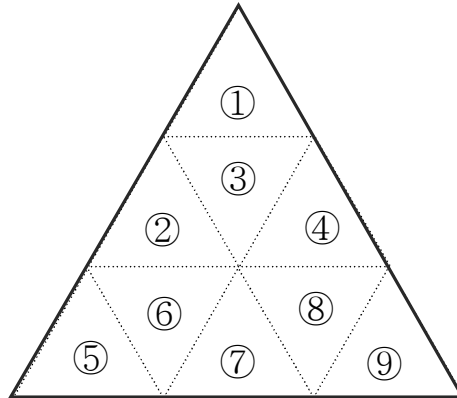
T 위로부터 ①, ②, ④, ⑩, ⑪의 무늬가 서로 다르다.



T 밀기에 의해서 무늬가 겹쳐지지 않는 경우는 24가지이지만 돌리거나 뒤집어서 무늬가 겹쳐지는 것은 같은 것이므로 무늬가 서로 다른 큰 정삼각형은 5가지이다.

창의적탐구74

작은 정삼각형 9개로 만들어진 아래의 큰 정삼각형에 녹색 블록 3개를 놓아 다음과 같은 순서로 서로 다른 무늬를 모두 만들었다면 어떤 방법으로 만든 것입니까?



- S** a~g는 ①, ②에 녹색 블록을 한 개씩 놓고, 나머지 한 개를 차례대로 놓아서 (7가지)
 h~j는 ①, ③에 녹색 블록을 한 개씩 놓고, 나머지 한 개를 차례대로 놓아서 (3가지)
 k, l은 ①, ⑤에 녹색 블록을 한 개씩 놓고, 나머지 한 개를 차례대로 놓아서 (2가지)
 m는 ①, ⑥에 녹색 블록을 한 개씩 놓고, 나머지 한 개를 차례대로 놓아서 (1가지)
 n~r은 ②, ③에 녹색 블록을 한 개씩 놓고, 나머지 한 개를 차례대로 놓아서 (5가지)
 s는 ②, ④, ⑦에, t는 ③, ⑥, ⑧에 녹색 블록을 놓는 것과 같이 위에서부터 순서대로 놓아가면서 만든 것이다.



위의 활동을 가족이나 친구와 함께 해 보시오.