



우수아 창의수학

# ChamMath F1

## 차례

1	대칭도형을 만드는 수학적 아이디어 찾기	2	(주제 탐구)
2	여러 가지 문제를 창의적으로 해결하기	10	(창의적문제해결)
3	토끼 문제와 피보나치 수열 탐구	17	(주제 탐구)
4	왜 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2}$ 와 같이 계산하나?	25	(개념형성원리발견)
5	분수의 나눗셈 심화 문제	28	(교과심화문제해결)
6	분수와 자연수의 혼합계산 게임	33	(주제 탐구)
7	여러 가지 문제를 창의적으로 해결하기	41	(창의적문제해결)
8	모자이크 퍼즐 도형을 수학적으로 만들자.	49	(주제 탐구)
9	국가수준 학업성취도 평가 확인하기	57	(국가수준 문제해결)
10	각기둥과 각뿔, 쌍기나무 심화 문제	59	(교과심화문제해결)



## 대칭도형을 만드는 수학적 아이디어 찾기



주제탐구



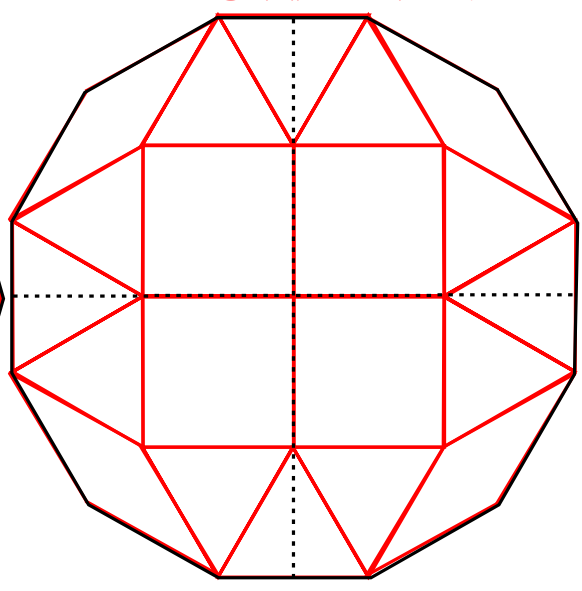
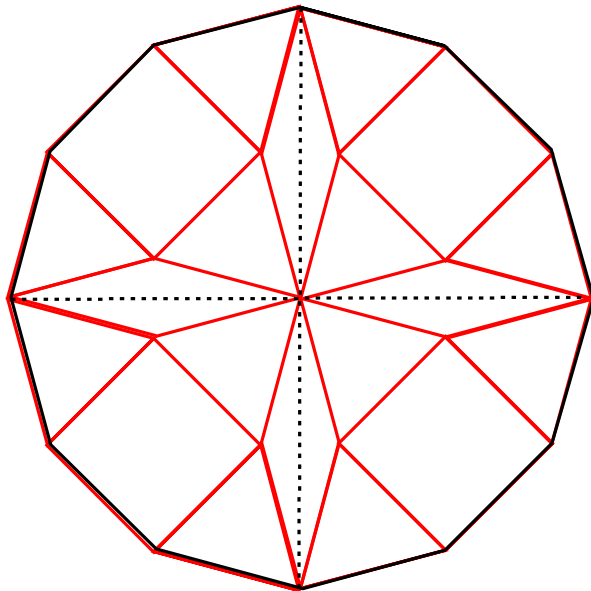
### 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형 만들기

1 다음 블록으로 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형을 만드는 각각의 방법을 찾아 만들고 그리시오.

**T** 선대칭이면서 점대칭이 되려면 주어진 두 점선으로 좌우상하로 대칭이된다.

- 녹색 정삼각형 블록 12개
- 회색 마름모 블록 4개
- 주황색 정사각형 블록 4개

**T** (방법1)에서는 두 점선이 꼭짓점에서, (방법2)에서는 변의 중점에서 그어져 있으므로 회색 블록 4개와 주황색 블록 4개를 어떻게 놓을 것인가를 생각해 보도록 한다.



방법 1

**T** 가운데 점을 지나는 점선이 정십이각형의 꼭짓점에서 그어져 있으므로 우선 회색 블록 4개를 가운데 점과 점선을 중심으로 위와 같이 놓아야 좌우상하로 대칭이 되어 선대칭이면서 점대칭이 된다.

방법 2

**T** 가운데 점을 지나는 점선이 정십이각형의 변의 중점에서 그어져 있으므로 우선 주황색 블록 4개를 가운데 점과 점선을 중심으로 위와 같이 놓고, 나머지 블록을 어떻게 놓을 것인가를 생각해 본다.

2 앞의 1에서 만든 것을 바탕으로 생각을 하여 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형을 만들 수 있는 블록의 종류와 개수를 쓰고 만들어 보시오.

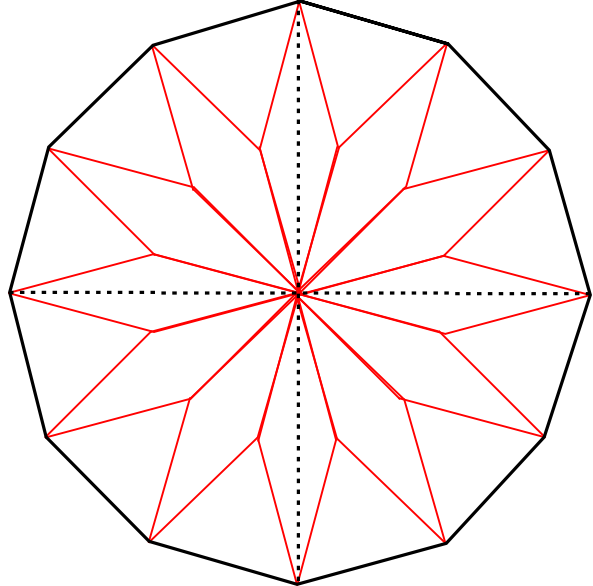
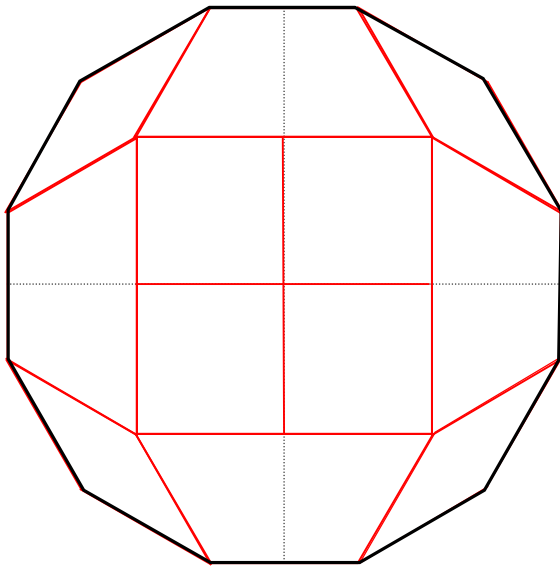
생각 및 블록의 종류와 개수

(방법2)에서 녹색 블록 3개는 빨간색 블록 1개이므로 (빨간색 4개, 회색 4개, 주황색 4개)로 만들 수 있다.

T (빨간색 2개, 녹색 6개, 회색 4개, 주황색 4개)로도 만들 수 있다.

생각 및 블록의 종류와 개수

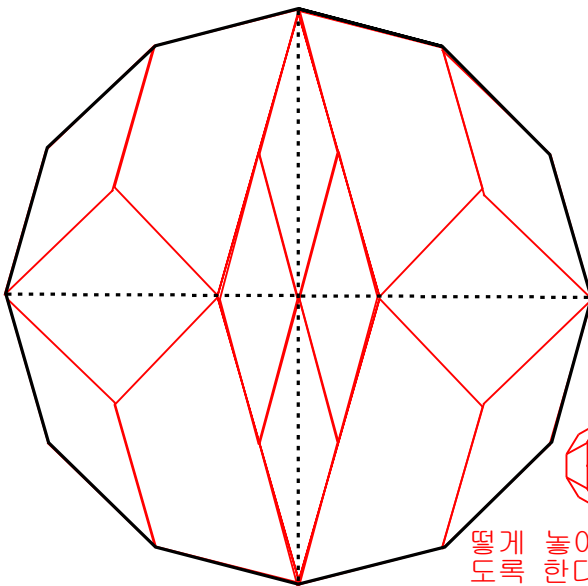
(방법1)과 (방법2)에서 주황색 블록 1개와 녹색 블록 1개(△)는 회색 블록 2개와 녹색 블록 1개(▲)이므로 주황색 블록 1개는 회색 블록 2개이다. 따라서 (녹색 12개, 회색 12개)로 만들 수 있다. T 블록의 배열을 다르게도 만들어 본다.



3 위의 2에서 만든 것을 보고, 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형을 만들 수 있는 블록의 종류와 개수를 쓰고 만들어 보시오.

생각 및 블록의 종류와 개수

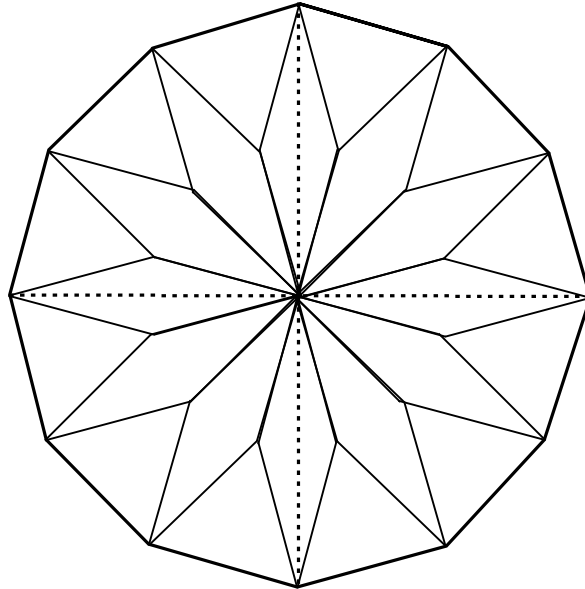
주황색 블록 1개는 회색 블록 2개와 같으므로 (회색 블록 4개, 주황색 블록 4개, 빨간색 블록 4개) 대신에 (회색 블록 8개, 주황색 블록 2개, 빨간색 블록 4개)로도 만들 수 있다. 그런데 회색 4개를 2쪽의 방법1과 같이 놓거나 빨간색 블록 4개를 위의 2와 같이 놓으면, 주황색 블록 2개를 어떻게 놓아도 좌우상하대칭이 안 된다. 따라서 다르게 놓는 방법을 찾아야 한다.



T 잘 못하는 아동에게는 회색 블록 4개로 회색 블록 1개와 같은 모양을 더 크게 만들고, 빨간색 블록 4개를 어떻게 놓아서 좌우상하가 같도록 할 것인지 생각해 보도록 한다. 또 빨간색 블록 2개로 육각형을 만들어 가운데에 놓고, 주황색 블록 2개를 어떻게 놓아야 좌우상하가 같을지 생각해서 또 다른 방법으로 만들게 한다.

**탐구2** 조건에 맞게 도형 만들기

- 1 다음 도형은  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ 를 돌렸을 때 겹쳐집니다. 녹색 블록 12개와 회색 블록 12개로 각각의 조건에 맞게 정십이각형을 만드는 방법을 쓰고, 만드시오.

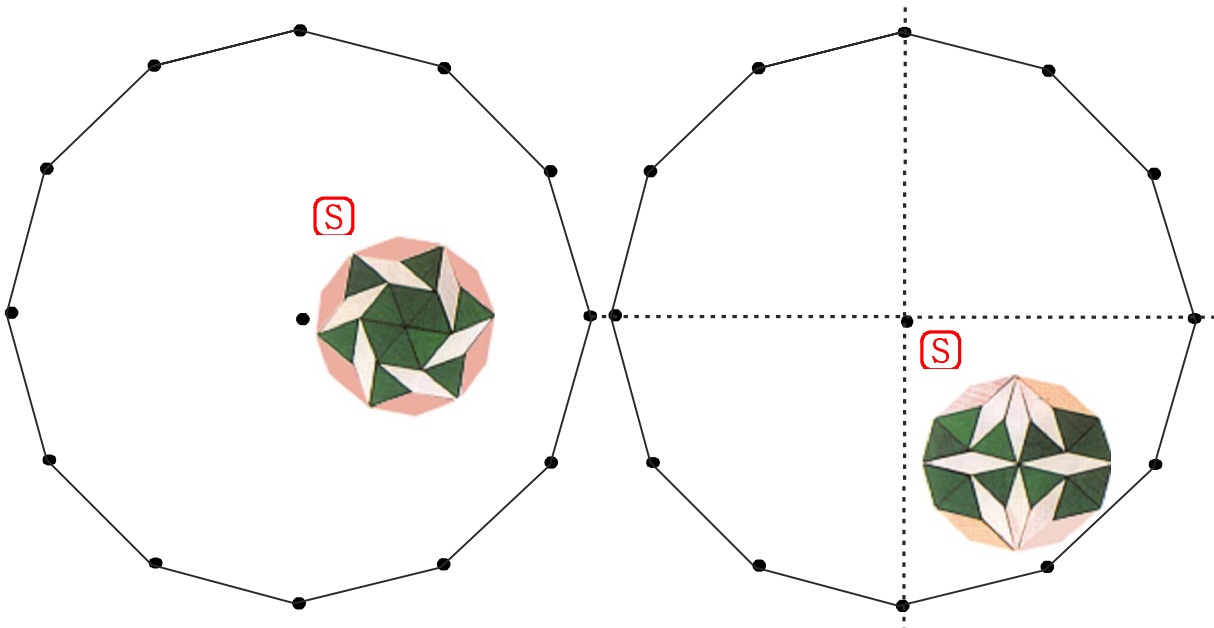


30°나 90°를 돌리면 겹쳐지지 않고  
60°나 180°를 돌리면 겹쳐지는 정십이각형

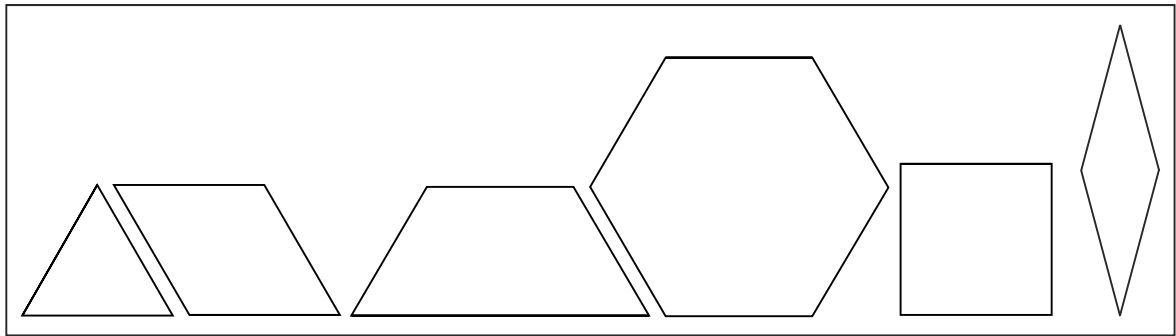
녹색(정삼각형) 블록의 한 각의 크기가  $60^\circ$ 이므로 가운데에 녹색 블록 6개를 돌려 붙여 놓고 나머지를 완성한다.

30°나 90°를 돌리면 겹쳐지지 않고  
선대칭이면서 점대칭인 도형

가운데 점을 중심으로 녹색 블록 ( $60^\circ$ )과 회색 블록( $30^\circ$ )을 번갈아 가며 놓은 다음, 나머지 블록을  $90^\circ$ 를 돌리면 겹쳐지지 않고  $180^\circ$ 를 돌리면 겹쳐지게 놓는다.

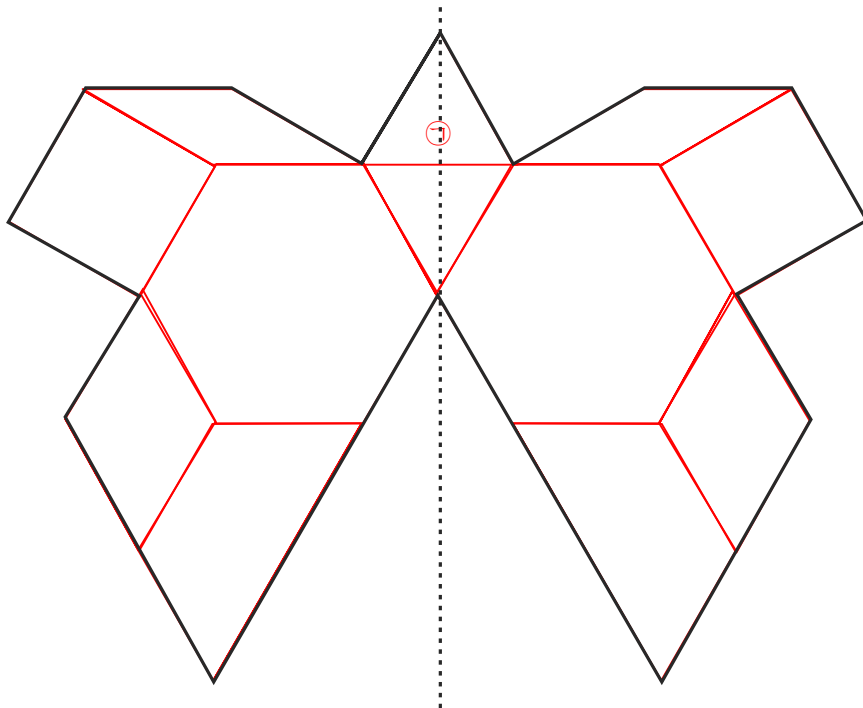


- 2 다음과 같은 6가지 패턴 블록을 각각 2개씩, 모두 12개의 블록을 사용하여 무늬가 선대칭인 나비 모양을 만드는 방법을 쓰고 만드시오.



방법

㉠부분에는 녹색이나 파란색, 빨간색 블록을 놓을 수 있는데, 파란색(빨간색) 블록을 한 개 놓으면 나머지 파란색(빨간색) 블록 한 개를 어디에 놓아도 양쪽 무늬가 같을 수 없다. 따라서 ㉠에는 녹색 블록을 놓고, 나머지 블록을 선대칭이 되도록 놓는다.





### 조건에 맞게 대형 작품 만들기

- 1 6가지 패턴 블록을 마음대로 사용하여 선대칭이면서 점대칭인 도형을 가능한 한 크게 만드시오.

**T** 우선 선대칭이면서 점대칭이 되도록 똑같은 블록을 어떻게 놓을 것인가를 생각해 보도록 한다. 주어진 두 점선을 선대칭축으로 하여 좌우와 상하가 선대칭이면 선대칭이면서 점대칭인 도형이 된다.

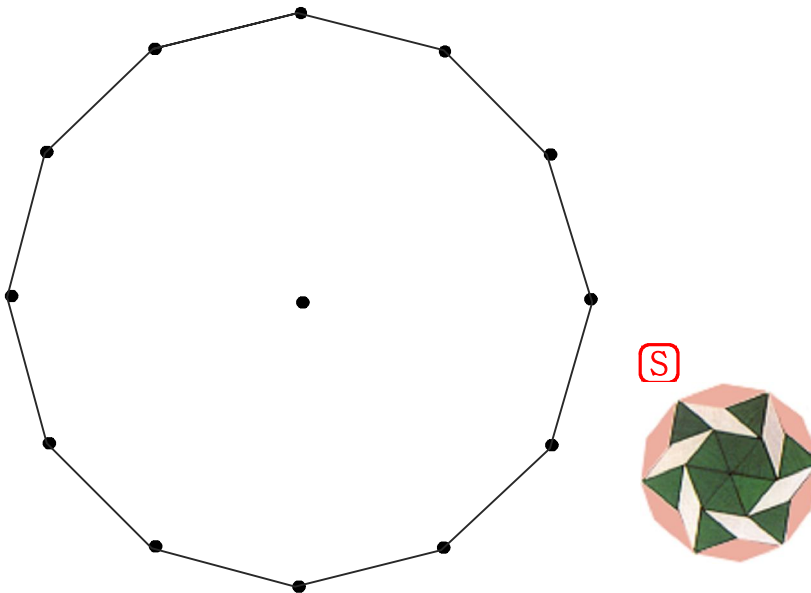
**T** 다른 사람의 작품이 분명히 선대칭이면서 점대칭인가를 확인하면서 누구의 작품이 크고 아름다운지를 알아 보도록 한다.

 온라인 과제학습 다음 문제를 홈페이지에서 완성하고 해결하시오.

**과제1** 녹색 블록 12 개와 회색 블록 12 개로  $30^\circ$ 나  $90^\circ$ 를 돌리면 겹쳐지지 않고  $60^\circ$ 나  $180^\circ$ 를 돌리면 겹쳐지는 점대칭 도형을 만드는 방법을 쓰고, 만드시오.

$30^\circ$ 나  $90^\circ$ 를 돌리면 겹쳐지지 않고  
 $60^\circ$ 나  $180^\circ$ 를 돌리면 겹쳐지는 정십이각형

녹색(정삼각형) 블록의 한 각의 크기가  $60^\circ$ 이므로 가운데에 녹색 블록 6개를 돌려 붙여 놓고 나머지를 완성한다.



위의 문제를 가족이나 친구와 함께 해결해 보시오.



## 풀이생각쓰기 온라인학습

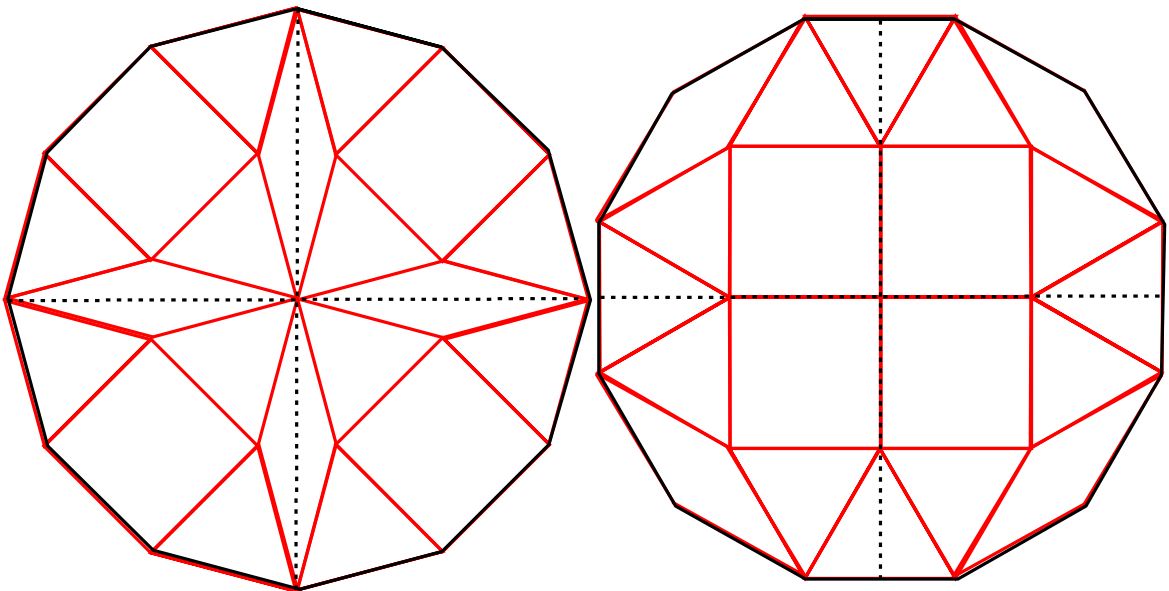
공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀

이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.



다음 블록으로 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형을 만드는 각각의 방법을 찾아 만들고 그리시오.

- 녹색 정삼각형 블록 12개
- 회색 마름모 블록 4개
- 주황색 정사각형 블록 4개



### 방법 1

가운데 점을 지나는 점선이 정십이각형의 꼭짓점에서 그어져 있으므로 우선 회색 블록 4개를 가운데 점과 점선을 중심으로 위와 같이 놓아야 좌우상하로 대칭이 되어 선대칭이면서 점대칭이 된다.

### 방법 2

가운데 점을 지나는 점선이 정십이각형의 변의 중점에서 그어져 있으므로 우선 주황색 블록 4개를 가운데 점과 점선을 중심으로 위와 같이 놓고, 나머지 블록을 어떻게 놓을 것인가를 생각해 본다.





## 스스로 온라인학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 중에서 한 가지를 정하여 스스로 정리해 봅시다. 내가 쓴 글을 홈페이지의 '스스로 학습' 에 올려 보고, 친구들의 글과 비교하여 봅시다.

- |  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기 | <input type="checkbox"/> 수학 일기 쓰기     |
| <input type="checkbox"/> 수학 동시 쓰기                | <input type="checkbox"/> 수학 만화 그리기    |
|  | <input type="checkbox"/> 수학 마인드 맵 그리기 |



2

여러 가지 문제를 창의적으로 해결하기



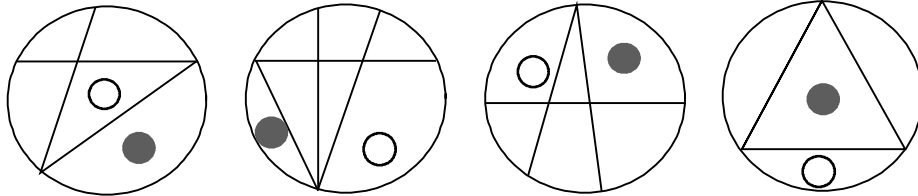
창의적 문제해결

창의1

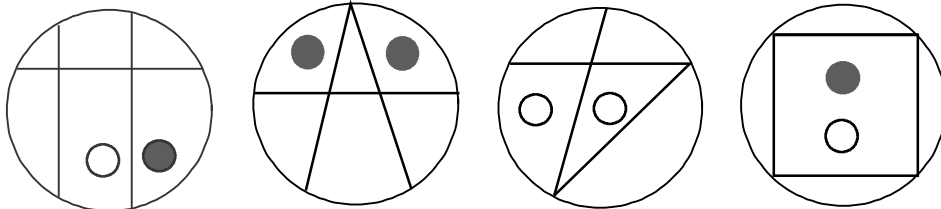
다음 **보기**와 같을 때, 창수의 것을 모두 고르시오.

보기

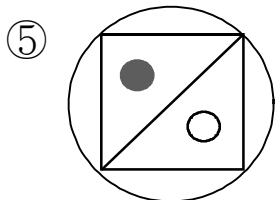
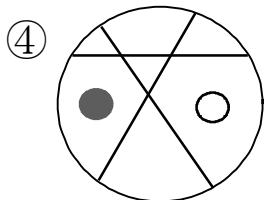
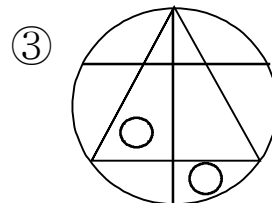
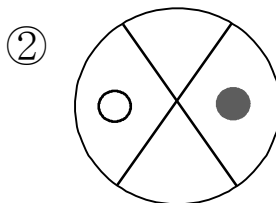
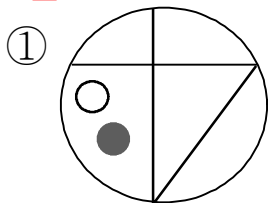
• 다음은 창수의 것입니다.



• 다음은 창수의 것이 아닙니다.



**T** 창수의 것과 아닌 것을 비교하여 창수의 것의 공통점을 찾아 보도록 한다.



**S** 창수의 것은 원 안에 삼각형이 있고, ●와 ○가 1개씩 각각 다른 영역에 있으므로 ④, ⑤이다.

창의2

김서방, 한서방, 이서방, 오서방, 최서방이 5층 건물의 각 층에 살고 있습니다. 김서방과 이서방의 층수의 차이가 최서방과 이서방의 층수의 차이와 같습니다. 또 한서방은 오서방보다 2층 더 높은 층에 살고 있습니다. 그렇다면 3층에 사는 사람은 누구입니까?

**S** 한서방이 오서방보다 2층 더 높은 층에 산다면, 우선 한서방과 오서방이 살고 있는 층수는 (1층,3층), (2층,4층), (3층,5층)이다. 각각의 경우 나머지 층수가 (2층,4층,5층), (1층,3층,5층), (1층,2층,4층)인데 김서방과 이서방의 층수의 차이가 최서방과 이서방의 층수의 차이와 같으므로 세 사람은 1층,3층,5층에 살고 있으며, 이서방이 가운데 층에 살고 있다. 따라서 3층에 사는 사람은 이서방이다.

**A** 이서방



다음 계산은 세 자리 수와 두 자리 수의 곱셈입니다. ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥, ㉦, ㉧은 0부터 9까지의 숫자 중에 서로 다른 숫자일 때, 이 곱셈식의 곱은 얼마입니까?

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad \text{㉡} \text{㉢} \text{㉠} \\
 \times \quad \quad \text{㉣} \text{㉠} \\
 \hline
 \quad \quad \text{㉥} \text{㉠} \text{㉤} \text{㉡} \\
 \text{㉦} \text{㉡} \text{㉢} \text{㉠} \\
 \hline
 \text{㉦} \text{㉣} \text{㉥} \text{㉣} \text{㉡}
 \end{array}$$

1 ㉠이 될 수 없는 숫자는 무엇입니까?

**S** 곱셈식에서 ㉠×㉠의 일의 자리 숫자가 ㉡이므로 ㉠은 0, 1, 5, 6은 될 수 없다.

2 ㉡이 될 수 없는 숫자는 무엇입니까?

**S** 곱셈식에서 ㉡㉢㉠×㉣이 ㉦㉡㉢㉠이므로 ㉡은 0, 1, 2는 아니다.

3 ㉣과 ㉠의 숫자는 각각 무엇입니까?

**S** 곱셈식에서 ㉣×㉣의 일의 자리가 ㉡이고 ㉣×㉠의 일의 자리가 ㉠이므로 또 ㉡은 1이 아니므로 ㉣=4, ㉠=6이다.

4 ㉤의 숫자는 무엇입니까?

**S** 곱셈식에서 6㉤4×6=㉦6㉤4가 되는 ㉤은 1뿐이다.

5 곱셈식의 곱은 얼마입니까?

**S**

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad 6 \ 1 \ 4 \\
 \times \quad \quad 6 \ 4 \\
 \hline
 \quad \quad 2 \ 4 \ 5 \ 6 \\
 \text{3} \ \text{6} \ \text{8} \ \text{4} \\
 \hline
 \text{3} \ \text{9} \ \text{2} \ \text{9} \ \text{6}
 \end{array}$$

**A** 39296



다음과 같은 방법으로 수를 배열한 후, 9개의 수를 직사각형 모양으로 묶으려고 합니다. 9개 수의 평균이 345가 되도록 묶었을 때, 직사각형 안에 있는 수 중에서 가장 작은 수는 얼마입니까?

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
...								

1 위의 표에서 발견한 규칙을 써 보시오.

- [S] • 9개의 수의 평균은 가운데에 있는 수이다.
- 대각선으로 왼쪽에서 오른쪽으로 내려가면서 일의 자리 숫자는 같고 10씩 늘어난다.
- 세로로 위에서 아래로 내려가면서 9씩 늘어난다.
- 대각선으로 오른쪽에서 왼쪽으로 내려가면서 8씩 늘어난다.
- 세로로 마지막 줄은 9의 배수이고, 첫 번째 줄은 9로 나누어서 나머지가 1이다.

2 위의 표에서 9개 수의 평균이 345일 때, 가장 작은 수를 구하시오.

- [S] 가운데 수가 345이므로 가장 작은 수는 10 작은 335이다.

335	336	337
344	345	346
353	354	355

3 위의 표에서 9개 수의 평균이 234일 때, 가장 큰 수를 구하시오.

- [S]  $234 \div 9 = 26$ 이므로 234는 세로로 맨 마지막 줄에 있는 수이다.  
그러므로 234를 가운데에 오도록 9개의 수를 직사각형으로 묶을 수 없다. 즉, 이 수표에서 9개를 묶어 만든 직사각형의 평균이 234가 될 수가 없다. 따라서 구할 수 없다.
- [T] 9로 나누어떨어지거나 나머지가 1인 수는 직사각형으로 묶은 9개의 수의 평균이 될 수 없다.



우주에 있는 어느 외계인의 나라에는 4원짜리와 9원짜리 동전만 있습니다. 따라서 이 나라에서는 17원을 4원짜리 2개와 9원짜리 1개로 만들 수 있고, 29원을 4원짜리 5개와 9원짜리 1개로 만들 수 있습니다. 다음 물음에 답하십시오.

① 이 나라에서 동전을 이용하여 만들 수 없는 금액을 모두 쓰시오.

Ⓢ 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 14, 15, 19, 23

② 위의 ①에 쓴 금액 중 가장 큰 금액은 얼마인지 쓰고, 왜 그 금액이 만들 수 없는 가장 큰 금액이 되는지 설명하십시오.

Ⓢ 다음과 같이 수를 배열하여 소거하는 방법으로 구할 수 있다.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45

첫째 줄에 9가 놓인 세로줄은 모두 9의 배수로 만들 수 있는 금액이다.

첫째 줄에 4가 놓인 세로줄은  $4+9$ ,  $4+9\times 2$ ,  $4+9\times 3$ , ... 와 같이 모두 만들 수 있는 금액이다.

첫째 줄에 8이 놓인 세로줄은  $4\times 2$ ,  $4\times 2+9$ ,  $4\times 2+9\times 2$ , ... 와 같이 모두 만들 수 있는 금액이다.

둘째 줄에 12가 놓인 세로줄을 보면  $4\times 3$ ,  $4\times 3+9$ ,  $4\times 3+9\times 2$ , ... 이므로 12부터 아래에 있는 수들은 모두 만들 수 있는 금액이다.

둘째 줄에 16이 놓인 세로줄을 보면  $4\times 4$ ,  $4\times 4+9$ ,  $4\times 4+9\times 2$ , ... 이므로 16부터 아래에 있는 수들은 모두 만들 수 있는 금액이다.

이와 같은 방법으로 20, 24, 28, 32와 그 수 아래에 있는 수들은 모두 만들 수 있는 금액이다.

따라서 만들 수 없는 금액은 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 14, 15, 19, 23으로 모두 12개이고 23이 만들 수 없는 가장 큰 금액이 된다.



온라인 과제학습 다음 문제를 홈페이지에서 완성하고 해결하시오.



다음과 같은 방법으로 수를 배열한 후, 9개 수를 직사각형 모양으로 묶으려고 합니다. 9개 수 평균이 **345**가 되도록 묶었을 때, 직사각형 안에 있는 수 중에서 **가장 작은** 수는 얼마입니까?

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
...								

① 위의 표에서 발견한 규칙을 써 보시오.

- ①
- ① 9개의 수의 평균은 가운데에 있는 수이다.
  - ② 대각선으로 왼쪽에서 오른쪽으로 내려가면서 일의 자리 숫자는 같고 10씩 늘어난다.
  - ③ 세로로 위에서 아래로 내려가면서 9씩 늘어난다.
  - ④ 대각선으로 오른쪽에서 왼쪽으로 내려가면서 8씩 늘어난다.
  - ⑤ 세로로 마지막 줄은 9의 배수이고, 첫 번째 줄은 9로 나누어서 나머지가 1이다.

② 위의 표에서 9개 수의 평균이 345일 때, 가장 작은 수를 구하시오.

- ②
- ① 가운데 수가 345이므로 가장 작은 수는 10 작은 335이다.

335	336	337
344	345	346
353	354	355

③ 위의 표에서 9개 수의 평균이 234일 때, 가장 큰 수를 구하시오.

- ③
- ①  $234 \div 9 = 26$ 이므로 234는 세로로 맨 마지막 줄에 있는 수이다.  
그러므로 234를 가운데에 오도록 9개의 수를 직사각형으로 묶을 수 없다. 즉, 이 수표에서 9개를 묶어 만든 직사각형의 평균이 234가 될 수가 없다. 따라서 구할 수 없다.

위의 수표를 만들어 ②, ③번 문제를 가족이나 친구에게 내 보시오. 그리고 ③번의 경우 무심코 244라고 답을 내는지 살펴보세요.



## 풀이생각쓰기 온라인학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀

이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.



우주에 있는 어느 외계인의 나라에는 4원짜리와 9원짜리 동전만 있습니다. 따라서 이 나라에서는 17원을 4원짜리 2개와 9원짜리 1개로 만들 수 있고, 29원을 4원짜리 5개와 9원짜리 1개로 만들 수 있습니다. 하지만 4원짜리와 9원짜리 동전만 있으므로 1원, 2원, 3원, 5원, 6원, 7원, 10원, ... 등은 만들 수 없습니다. 만들 수 없는 금액 중 가장 큰 금액은 얼마인지 쓰고, 왜 그 금액이 만들 수 없는 가장 큰 금액이 되는지 설명하시오.



1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45

- 첫째 줄에 9가 놓인 세로줄은 모두 9의 배수로 만들 수 있는 금액이다.
- 첫째 줄에 4가 놓인 세로줄은  $4+9$ ,  $4+9\times 2$ ,  $4+9\times 3$ , ... 와 같이 모두 만들 수 있는 금액이다.
- 첫째 줄에 8이 놓인 세로줄은  $4\times 2$ ,  $4\times 2+9$ ,  $4\times 2+9\times 2$ , ... 와 같이 모두 만들 수 있는 금액이다.
- 둘째 줄에 12가 놓인 세로줄을 보면  $4\times 3$ ,  $4\times 3+9$ ,  $4\times 3+9\times 2$ , ... 이므로 12부터 아래에 있는 수들은 모두 만들 수 있는 금액이다.
- 둘째 줄에 16이 놓인 세로줄을 보면  $4\times 4$ ,  $4\times 4+9$ ,  $4\times 4+9\times 2$ , ... 이므로 16부터 아래에 있는 수들은 모두 만들 수 있는 금액이다.
- 이와 같은 방법으로 20, 24, 28, 32와 그 수 아래에 있는 수들은 모두 만들 수 있는 금액이다.
- 따라서 만들 수 없는 금액은 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 14, 15, 19, 23으로 모두 12개이고 23이 만들 수 없는 가장 큰 금액이 된다.



## 스스로 온라인 학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 중에서 한 가지를 정하여 스스로 정리해 봅시다. 내가 쓴 글을 홈페이지의 '스스로 학습'에 올려 보고, 친구들의 글과 비교하여 봅시다.

- |  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기 | <input type="checkbox"/> 수학 일기 쓰기     |
| <input type="checkbox"/> 수학 동시 쓰기                | <input type="checkbox"/> 수학 만화 그리기    |
|  | <input type="checkbox"/> 수학 마인드 맵 그리기 |



3

토끼 문제와 피보나치 수열 탐구



주제탐구

탐구1

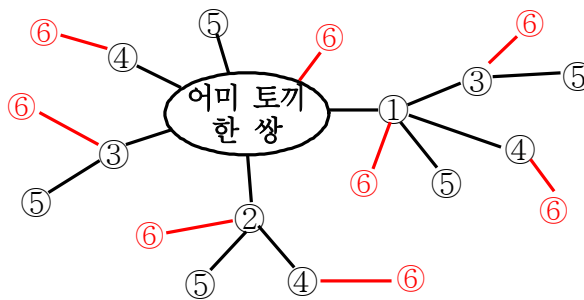
토끼 문제 해결하기

13세기 이탈리아 수학자 피보나치의 책 ‘산반서(Liber Abaci)’에 다음과 같은 문제가 있습니다.

한 쌍의 토끼가 있습니다. 이 한 쌍의 토끼는 매달 한 쌍의 토끼를 낳으며, 새로 태어난 토끼 한 쌍도 태어난 지 두 달 후부터 매달 꼭 한 쌍의 토끼를 낳는다고 합니다. 1년 동안 태어난 토끼는 모두 몇 쌍입니까?

1 1월부터 태어나는 토끼가 몇 쌍인지 그림을 그려서 해결하려고 할 때, 다음과 같은 방법으로 6월에 태어나는 토끼의 쌍을 모두 나타내어 보시오.

**T** ①은 1월에 태어난 토끼 1쌍을, ②는 2월에 태어난 토끼 1쌍을 나타낸 것이다. 3월에는 어미 토끼 1쌍이 낳은 토끼 ①이 1쌍의 토끼를 낳게 된다. 그렇다면 6월에는 어미 토끼와 토끼 ①, ②, ③, ④가 토끼를 1쌍씩 낳는다.



**T** 6월에 태어난 토끼 8쌍을 바르게 나타낸 아동에게는 7월에 태어난 토끼도 나타내 보도록 해서 할 수는 있지만 매우 복잡하다는 것을 느끼게 하여 다른 방법을 찾도록 한다.

2 표로 나타내어 해결하려고 할 때, 왼쪽과 같이 나타낸 것을 보다 간단하게 표로 나타내어 보시오.

어미 토끼 한 쌍	
1월	○
2월	○
3월	○○
4월	○○○
5월	○○○○○
6월	○○○○○○○○○
7월	○○○○○○○○○○○ ...
8월	○○○○○○○○○○○○○ ...
9월	○○○○○○○○○○○○○ ...
10월	○○○○○○○○○○○○○ ...
11월	○○○○○○○○○○○○○ ...
12월	○○○○○○○○○○○○○ ...

어미 토끼 한 쌍	
1월	○
2월	○
3월	○○
4월	○○○
5월	○○○②
6월	○○○②③
7월	○○○②③⑤
8월	○○○②③⑤⑧
9월	○○○②③⑤⑧⑬
10월	○○○②③⑤⑧⑬⑰
11월	○○○②③⑤⑧⑬⑰⑳
12월	○○○②③⑤⑧⑬⑰⑳㉓㉖

**T** 3월에 태어난 토끼 2쌍이 각각 한 쌍씩 낳는 것을 왼쪽 표에서는 동그라미 2개로 표시하였는데 이것을 ②와 같이, 동그라미 3개는 ③과 같이 수량화해서 간단하게 나타내도록 한다.

③ 주어진 문제를 앞의 ①, ②와 같이 그림이나 표로 해결한다는 것은 매우 번거롭습니다. 보다 나은 방법으로 해결하려면 어떻게 해야 합니까?

**T** 다른 복잡한 문제를 해결할 때 어떻게 했는가를 생각하여 아동 스스로 방법을 찾도록 한다.

**S** 단순화해서 규칙을 찾아 해결한다.

즉, 1, 2, 3, 4, 5월에 태어난 토끼가 몇 쌍인지 규칙을 찾아 보고, 6월부터 12월까지 몇 쌍인지 알아 본다.

④ 1월과 2월에는 각각 몇 쌍의 토끼가 태어납니까?

**S** 어미 토끼가 매달 한 쌍씩 낳으므로 1월에 1쌍, 2월에 1쌍이 태어난다.

⑤ 3월에는 몇 쌍의 토끼가 태어납니까?

**S** 어미 토끼 한 쌍과 1월에 태어난 토끼 한 쌍이 각각 한 쌍씩 낳으므로 2쌍이 태어난다.

**A** 2쌍

⑥ 4월과 5월에는 각각 몇 쌍의 토끼가 태어납니까?

**S** 4월에는 어미 토끼와 1월, 2월에 태어난 토끼가 각각 한 쌍씩 낳으므로 모두 3쌍이 태어나고, 5월에는 어미 토끼와 1월, 2월에 태어난 토끼 그리고 3월에 태어난 두 쌍의 토끼가 각각 한 쌍씩 낳으므로 모두 5쌍이 태어난다.

**A** 4월-3쌍, 5월-5쌍

⑦ 6월에 태어나는 토끼가 몇 쌍인지 간단한 방법으로 알아 보시오.

**T** 1월부터 5월까지 태어난 토끼의 수(쌍)에서 규칙을 찾아 해결하도록 한다.

**S** 1월부터 5월까지 각 달에 태어난 토끼의 수(쌍)는

1, 1, 2, 3, 5

규칙을 찾아 보면  $1+1=2$ ,  $1+2=3$ ,  $2+3=5$

즉, 앞의 두 수를 더하면 다음 수가 된다.

따라서 6월에는  $3+5=8$ 로부터 8쌍이 태어난다.

⑧ 1월부터 12월까지 태어난 토끼는 모두 몇 쌍입니까?

**S** 앞의 두 수를 더해서 다음 수가 되는 규칙으로부터 각 달에 태어나는 토끼의 수(쌍)는 다음과 같다.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144(쌍)

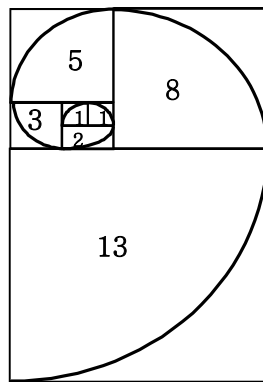
**A** 376쌍

**탐구2** 피보나치 수열과 관련된 자연 현상 탐구

규칙적인 수의 나열을 수열(number sequence)이라고 합니다. 토끼 문제를 해결하는데 사용한 다음 수열을 ‘피보나치 수열’이라고 합니다.

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \dots$$

그리고 다음과 같이 피보나치 수열의 수를 한 변의 길이로 하는 정사각형이 만나는 부분의 점을 원의 일부분으로 이으면 나선이 되는데, 이를 ‘피보나치 나선’이라고 합니다.



**1** 다음 솔방울과 해바라기 씨앗에서 무엇을 발견할 수 있습니까?



**S** 솔방울과 해바라기 씨앗에는 피보나치 나선이 있고, 나선의 수가 솔방울은 한 방향으로는 8개, 반대 방향으로는 13개이다. 또 해바라기 씨앗은 한 방향으로는 21개, 반대 방향으로는 34개이다. 즉, 나선으로 이루어진 것들은 나선의 수가 ‘피보나치 수’이다.

**T** 가능하면 실제로 솔방울을 준비해서 나선의 수가 8개인 경우만 확실히 알아 보고, 나머지는 피보나치 수열에 의해서 추측하도록 한다.

**2** 여러 가지 꽃들의 꽃잎의 수를 살펴보고 발견한 사실을 말해 보시오.

**T** 실제로 꽃잎을 관찰하거나 인터넷에서 찾아서 대부분의 꽃잎의 수가 피보나치 수열의 수와 관계가 있음을 알아 보도록 하고 여러 가지 꽃잎의 수가 다음과 같음을 알려 준다.

**T** 나팔꽃(1), 가지 꽃(2), 백합과 붓꽃(3), 과일 종류 꽃(5), 코스모스와 양귀비(8), 금잔화(13), 과꽃(21)



피보나치 수열과 황금비 탐구

1 다음 피보나치 수열에서 이웃하는 두 수의 비의 값(비율)을 계산기를 사용하여 소수 넷째 자리까지 구해 보시오.

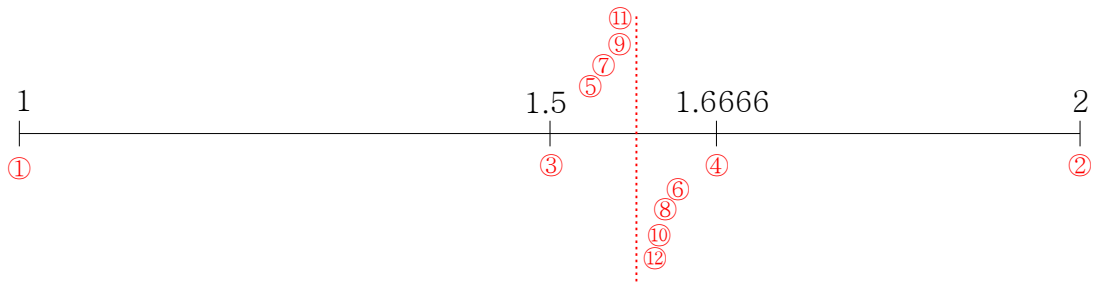
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

T 계산기로 소수 넷째 자리까지만 나타내어 보도록 한다.

홀수 번째의 비율	짝수 번째의 비율
① $\frac{1}{1} = 1$	② $\frac{2}{1} = 2$
③ $\frac{3}{2} = 1.5$	④ $\frac{5}{3} = 1.6666\dots$
⑤ $\frac{8}{5} = 1.6$	⑥ $\frac{13}{8} = 1.625$
⑦ $\frac{21}{13} = 1.6153\dots$	⑧ $\frac{34}{21} = 1.6190\dots$
⑨ $\frac{55}{34} = 1.6176\dots$	⑩ $\frac{89}{55} = 1.6181\dots$
⑪ $\frac{144}{89} = 1.6179\dots$	⑫ $\frac{233}{144} = 1.6180\dots$

2 다음과 같이 1부터 2까지의 수직선에 순서대로 비율의 번호를 나타내고, 비율이 어떻게 변하는지 알아 보시오.

T ①, ②, ③, ④는 정확하게 나타내고 ⑤부터는 홀수 번째 비율은 위에, 짝수 번째 비율은 아래에 차례대로 나타내도록 한다.



S 홀수 번째의 비율은 점점 커진다. 짝수 번째의 비율은 점점 작아진다.

비율은 차례대로 점점 어떤 수(위의 그림에서 점선에 해당하는 수)에 가까이 간다.

T 각각의 비율은 ①<②, ③<④, ⑤<⑥, ...이므로 점점 커진다고 해서 한없이 커지는 것도 아니고 점점 작아진다고 해서 한없이 작아지는 것이 아니다. 황금비(약 1.618)에 가까이 간다. 즉, 황금비에 수렴한다.

3 앞의 비율은 점점 어떤 값에 가까워지는지 예상해 보시오.

A 1.618

T 좀 더 정확하게 나타내면 1.61803398...에 가까이 간다.

아래의 수직선은  $1:\chi=\chi:1+\chi$ 와 같이 긴 변( $\chi$ )의 길이에 대한 짧은 변(1)의 길이의 비가 전체 길이( $1+\chi$ )에 대한 긴 변( $\chi$ )의 길이의 비와 같도록 나눈 것입니다. 이때 이 비를 ‘황금비’라고 합니다.

비례식에서 예를 들면,  $2:3=4:6$ 에서  $3 \times 4 = 2 \times 6$ 인 것처럼  $1:\chi=\chi:1+\chi$ 는  $\chi \times \chi = 1 \times (1+\chi)$ 이고 간단히 나타내면  $\chi^2 = \chi + 1$ 인데, 이 방정식을 풀면(초등학생은 아직 몰라도 됨)  $\chi = 1.61803398\dots$ 이 됩니다. 이렇게 되는  $\chi$ 값, 약 1.618을 ‘황금비율’이라고 합니다.

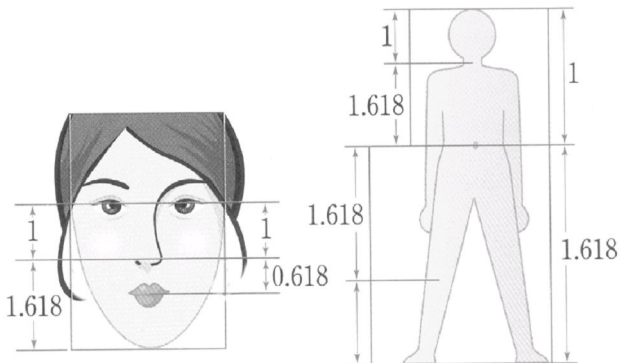
4 생활 속에서 두 수의 비가 피보나치 수열의 수로 나타나거나 황금비에 가까운 경우를 찾아 보시오.

S 태극기의 가로에 대한 세로의 비 2:3

피아노 한 옥타브 안에 있는 흰 건반 수에 대한 검은 건반의 수 5:8

T 명함, 신용카드, 통장 등의 가로와 세로의 비도 황금비를 이룬다.

5 다음과 같이 사람의 얼굴이나 몸 전체에서도 황금비가 나타납니다. 황금비에 가까운 사람의 얼굴이 미인이고, 균형 잡힌 몸매를 가지고 있다고 할 수 있습니다. 자신의 몸은 어떤지 알아 보시오.



자신의 키 ( )cm

상체의 길이 ( )cm

하체의 길이 ( )cm

비율 :  $\frac{\text{하체의길이}}{\text{상체의길이}} =$



온라인 과제학습 다음 문제를 홈페이지에서 완성하고 해결하시오.



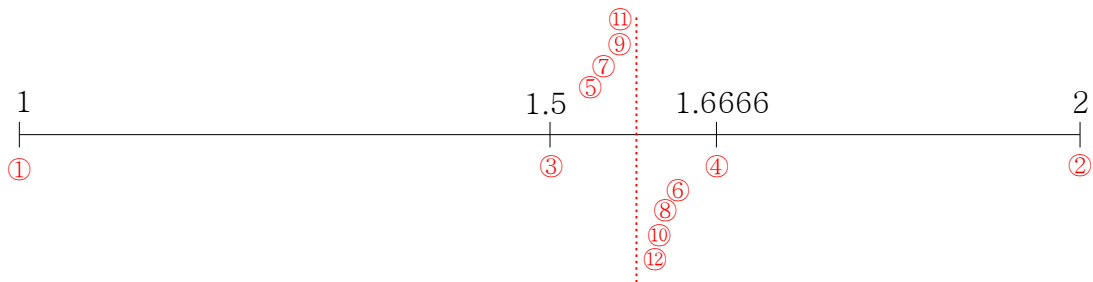
다음 피보나치 수열에서 이웃하는 두 수의 비의 값(비율)을 계산기를 사용하여 소수 넷째자리까지 구해 보시오.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

**T** 계산기로 소수 넷째 자리까지만 나타내어 보도록 한다.

홀수 번째의 비율	짝수 번째의 비율
① $\frac{1}{1} = 1$	② $\frac{2}{1} = 2$
③ $\frac{3}{2} = 1.5$	④ $\frac{5}{3} = 1.6666\dots$
⑤ $\frac{8}{5} = 1.6$	⑥ $\frac{13}{8} = 1.625$
⑦ $\frac{21}{13} = 1.6153\dots$	⑧ $\frac{34}{21} = 1.6190\dots$
⑨ $\frac{55}{34} = 1.6176\dots$	⑩ $\frac{89}{55} = 1.6181\dots$
⑪ $\frac{144}{89} = 1.6179\dots$	⑫ $\frac{233}{144} = 1.6180\dots$

다음과 같이 1부터 2까지의 수직선에 순서대로 **비율의 번호** 를 나타내고, **비율** 이 어떻게 변하는지 알아 보시오.



**S** 홀수 번째의 비율은 점점 커진다. 짝수 번째의 비율은 점점 작아진다.  
비율은 차례대로 점점 어떤 수(위의 그림에서 점선에 해당하는 수)에 가까이 간다.

위의 문제를 가족이나 친구와 함께 해결해 보시오.



## 풀이생각쓰기 온라인학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀

이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.



13세기 이탈리아 수학자 피보나치의 책 ‘산반서(Liber Abaci)’에 있는 다음 문제를 ‘피보나치 수열’을 이용하여 해결하시오.

한 쌍의 토끼가 있습니다. 이 한 쌍의 토끼는 매달 한 쌍의 토끼를 낳으며, 새로 태어난 토끼 한 쌍도 태어난 지 두 달 후부터 매달 꼭 한 쌍의 토끼를 낳는다고 합니다. 1년 동안 태어난 토끼는 모두 몇 쌍입니까?



1월부터 5월까지 각 달에 태어난 토끼의 수(쌍)는

1, 1, 2, 3, 5

규칙을 찾아 보면  $1+1=2$ ,  $1+2=3$ ,  $2+3=5$

즉, 앞의 두 수를 더하면 다음 수가 된다.

따라서 6월에는  $3+5=8$ 로부터 8쌍이 태어난다.

앞의 두 수를 더해서 다음 수가 되는 규칙으로부터

각 달에 태어나는 토끼의 수(쌍)는 구해 보면 다음과 같다.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144(쌍)

**A** 376쌍



## 스스로 온라인 학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 중에서 한 가지를 정하여 스스로 정리해 봅시다. 내가 쓴 글을 홈페이지의 '스스로 학습'에 올려 보고, 친구들의 글과 비교하여 봅시다.

- |  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기 | <input type="checkbox"/> 수학 일기 쓰기     |
| <input type="checkbox"/> 수학 동시 쓰기                | <input type="checkbox"/> 수학 만화 그리기    |
|  | <input type="checkbox"/> 수학 마인드 맵 그리기 |





## 왜 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2}$ 와 같이 계산하나?



## 개념형성원리발견



분수의 나눗셈  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$ 를 할 수 있는 여러 가지 방법을 써 보시오.

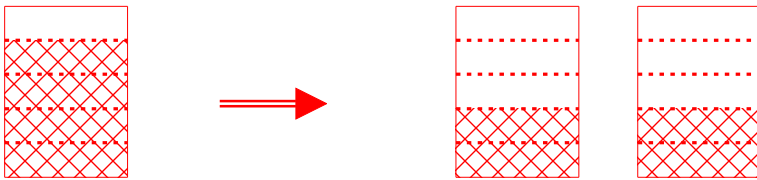
- ① 그림으로
- ② 수직선으로
- ③ 나눗셈의 기본 원리(동수누감)를 이용해서
- ④ 단위의 생각으로
- ⑤ 분수의 곱셈과 같은 방법으로
- ⑥ 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고쳐서
- ⑦ (어떤 수)  $\div 1 =$  (어떤 수)를 이용해서

**T**  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2} = 2$ 와 같은 계산은 잘한다. 그러나 왜 나눗셈을 하라고 했는데 분수의 곱셈으로 고쳐서 하는지, 어떻게 해서 그렇게 고쳐지는지는 잘 모른다. 즉, 기계적으로 계산은 할 수 있지만 원리를 모른다면 그것은 가짜 수학이고, 노예(누군가가 시키는 대로만 하는) 수학이다.



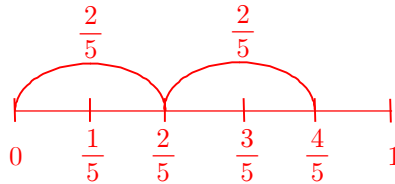
$\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$ 를 여러 가지 방법으로 알아 보시오.

### 1 그림으로



**T** 위의 그림과 같이  $\frac{4}{5}$ 를  $\frac{2}{5}$ 씩 나누면 2묶음이므로  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = 2$

### 2 수직선으로



**S** 수직선에서도  $\frac{4}{5}$ 는  $\frac{2}{5}$ 씩 2번이므로  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = 2$

### 3 나눗셈의 기본 원리(동수누감)를 이용해서

**S**  $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} - \frac{2}{5} = 0$ , 즉  $\frac{4}{5}$ 에서  $\frac{2}{5}$ 를 2번 빼면 0이므로  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = 2$

**T** 위의 여러 가지 방법은 자연수의 나눗셈이나 (자연수)  $\div$  (분수)의 방법으로부터 유추하도록 한다.

#### 4 단위의 생각으로

⑤  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$ 에서  $\frac{4}{5}$ 는  $\frac{1}{5}$ 이 4,  $\frac{2}{5}$ 는  $\frac{1}{5}$ 이 2이므로  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$ 는  $\frac{1}{5}$ 이 4인 것을  $\frac{1}{5}$ 이 2인 것으로 나누는 것이다.

$$\text{즉, } 4 \div 2 = 2 \text{ 이므로 } \frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = 2$$

#### 5 분수의 곱셈과 같은 방법으로

⑤ 분수의 곱셈에서 분모는 분모끼리 곱하고 분자는 분자끼리 곱한 것처럼 분수의 나눗셈도 분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 나눈다.

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4 \div 2}{5 \div 5} = \frac{2}{1} = 2$$

#### 6 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고쳐서

⑤ 수학은 항상 이미 알고 있는 것을 이용한다.

분수의 곱셈도 알고 있고,  $1 \div 3 = \frac{1}{3}$ ,  $5 \div 1 = \frac{5}{1}$ 와 같이 나눗셈을 분수로 나타내는 것도 알고 있으며,  $4 \div 2 = 40 \div 20 = 400 \div 200$ 과 같이 나누어지는 수와 나누는 수에 같은 수를 곱해도 몫이 같다는 것도 알고 있다. 이와 같이 상식적으로 알고 있는 것을 이용해서 새로운 것(분수의 나눗셈)을 알아내는 것이다.

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times 5 \div \frac{2}{5} \times 5 = \frac{4}{5} \times 5 \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2} = 2$$

#### 7 (어떤 수) $\div 1 =$ (어떤 수)를 이용해서

⑤  $5 \div 1 = 5$ ,  $10 \div 1 = 10$ 과 같이 (어떤 수)  $\div 1 =$  (어떤 수)

그러니까  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$ 에서  $\frac{2}{5}$ 로 나누는 것이 아니라 1로 나누는 것이라면 간단하다.

나누어지는 수와 나누는 수에 같은 수를 곱해도 상관없다.

그리고  $\frac{2}{5}$ 에  $\frac{5}{2}$ 를 곱하면 1이 된다.

$$\text{따라서, } \frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2} \div \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2} \div 1 = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2} = 2$$

생각3

분수의 나눗셈  $\frac{5}{8} \div \frac{2}{8}$ 를 계산할 때, 앞의 **생각2**에서 알아본 7가지 방법 중에서 어떤 방법이 편리한지 비교해 보시오.

**T** 이 나눗셈을 그림으로 하고 싶은가? 왜? 수직선으로? 왜? ... 와 같이 하나하나 물어서 아동들의 생각을 발표, 토론시켜서 다음과 같은 결론을 이끌어 낸다.

$\frac{5}{8} \div \frac{2}{8}$ 를 그림이나 수직선으로 알아볼 수 있지만 귀찮다. 또 동수누감은  $\frac{5}{8}$ 에서  $\frac{2}{8}$ 를 몇 번 빼어서 0이 되지 않는다. 또한 단위의 생각에서  $5 \div 2$ 가 딱 떨어지지 않는다. 역시 분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 나눌 때도  $5 \div 2$ 가 떨어지지 않는다. 그런데 이미 알고 있는 곱셈으로 고쳐 보거나 (어떤 수)  $\div 1 =$  (어떤 수)를 이용해 보면,

$$\frac{5}{8} \div \frac{2}{8} = \frac{5}{8} \times 8 \div \frac{2}{8} \times 8 = \frac{5}{8} \times 8 \div 2 = \frac{5}{8} \times \frac{8}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{8} \div \frac{2}{8} = \frac{5}{8} \times \frac{8}{2} \div \frac{2}{8} \times \frac{8}{2} = \frac{5}{8} \times \frac{8}{2} \div 1 = \frac{5}{8} \times \frac{8}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

이 두 방법은 결국  $\frac{5}{8} \div \frac{2}{8} = \frac{5}{8} \times \frac{8}{2}$ 로 똑같은 방법이고, 간편하게 나눗셈을 할 수 있는 방법이다.

생각4

왜  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2}$ 와 같이 분수의 나눗셈을 분수의 곱셈으로 고쳐서 계산합니까?

**S** 분수의 나눗셈  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$ 를 할 수 있는 7가지 방법 중에  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2}$ 와 같이 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 하는 것이 가장 간단하며, 빠르고 정확하게 할 수 있기 때문이다.

생각5

어떻게  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2}$ 와 같이 고쳐집니까?

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times 5 \div \frac{2}{5} \times 5 = \frac{4}{5} \times 5 \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2}$$

↙	↑	↘
자연수의 나눗셈은 잘 할 수 있는데, 웬 분수의 나눗셈? 분모 5가 없으면 금방 할 텐데...	$4 \div 2 = 2$ , $40 \div 20 = 2$ , $400 \div 200 = 2$ 와 같이 나누어지는 수와 나누는 수에 같은 수를 곱해도 되니까	$5 \div 2 = \frac{5}{2}$ 와 같이 고칠 줄도 알고, 곱한 후 나누는 것보다 한 번에? 그래. 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고쳐서 하자.

심화1

$3\frac{2}{3}$ 시간에 264km를 달리는 기차가 5시간 동안 달린 거리와 7분에  $8\frac{3}{4}$ km를 달리는 버스로 5시간 동안 달린 거리의 차는 몇 km입니까?

(S) 기차가 5시간 동안 달린 거리는  $264 \div 3\frac{2}{3} \times 5 = 264 \times \frac{3}{11} \times 5 = 360(km)$

버스로 5시간 동안 달린 거리는  $8\frac{3}{4} \div 7 \times 60 \times 5 = \frac{35}{4} \times \frac{1}{7} \times 60 \times 5 = 375(km)$

따라서 거리의 차는  $375 - 360 = 15(km)$

(A) 15km

심화2

$62\frac{1}{5}$ kg의 설탕을 한 사람에게  $1\frac{1}{2}$ kg씩 15명에게 나누어 주었습니다. 그런데 설탕이 모자랄 것 같아 나머지 사람들에게는 한 사람당  $1\frac{9}{20}$ kg씩 나누어 주었더니  $\frac{11}{20}$ kg의 설탕이 남았습니다.

설탕을  $1\frac{9}{20}$ kg씩 받은 사람은 모두 몇 명입니까?

(S) 전체 설탕 :  $62\frac{1}{5}$ kg

$1\frac{1}{2}$ kg씩 15명에서 준 설탕 :  $1\frac{1}{2} \times 15(kg)$

모두 나누어 주고 남은 설탕 :  $\frac{11}{20}$ kg

$1\frac{9}{20}$ kg씩 받은 사람 수는

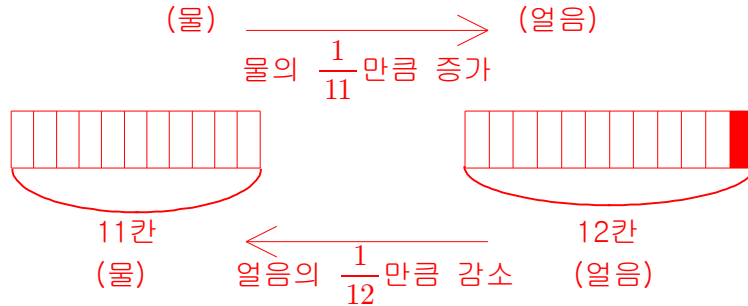
$(62\frac{1}{5} - 1\frac{1}{2} \times 15 - \frac{11}{20}) \div 1\frac{9}{20} = \frac{783}{20} \times \frac{20}{29} = 27(\text{명})$

(A) 27명

심화3

물이 얼어서 얼음으로 될 때, 얼음의 부피가 물의 부피의  $\frac{1}{11}$ 만큼 증가된다면 얼음이 녹아서 물로 될 때는 물의 부피가 얼음이었을 때의 부피보다 얼마만큼 줄어듭니까?

㉟ 그림으로 나타내 보면 물의 부피는 얼음의 부피에  $\frac{1}{12}$ 만큼 줄어든다.



물의 부피를 1이라고 하면, 얼음의 부피는  $1\frac{1}{11}$ 이다.

얼음이 녹아서 다시 물로 될 때 감소하는 부피는 물의 부피의  $\frac{1}{11}$ 이므로

$\frac{1}{11}$ 이 얼음 부피의 얼마만큼인지 알아 보면 다음과 같이 얼음의  $\frac{1}{12}$ 이 된다.

$$\frac{1}{11} \div 1\frac{1}{11} = \frac{1}{11} \div \frac{12}{11} = \frac{1}{11} \times \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$$

㉠  $\frac{1}{12}$

심화4

$1 \div 3 = \frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{5} = 2 \div 5$ 와 같이 나눗셈을 분수로, 분수를 나눗셈으로 나타낼 수 있습니다. 이것을 이용하여 다음 식의 값을 가장 간단한 분수로 나타내시오.

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$$

㉟ 부분적으로 계산해 보면,

$$3 + \frac{1}{4} = 3\frac{1}{4}, \quad \frac{1}{3\frac{1}{4}} \text{을 나눗셈으로 나타내면 } 1 \div 3\frac{1}{4} = 1 \div \frac{13}{4} = \frac{4}{13}$$

$$1 + \frac{4}{13} = 1\frac{4}{13}, \quad \frac{1}{1\frac{4}{13}} \text{을 나눗셈으로 나타내면 } 1 \div 1\frac{4}{13} = 1 \div \frac{17}{13} = \frac{13}{17}$$

따라서 주어진 식을 가장 간단한 분수로 나타내면  $\frac{13}{17}$ 이다.

㉠  $\frac{13}{17}$

**온라인 과제학습** 다음 문제를 홈페이지에서 완성하고 해결하시오.



분수의 나눗셈  $\frac{4}{9} \div \frac{2}{9}$  를 처음 배우는 사람이라면 이미 알고 있는 자연수의 나눗셈이나 분수의 곱셈을 이용해서 다음과 같이 여러 가지 방법으로 알아 보게 됩니다.

- ① 그림으로    ② 수직선으로    ③ 동수누감    ④ 단위의 생각으로
- ⑤ 분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 나누어서
- ⑥ 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고쳐서
- ⑦ (어떤 수)  $\div 1 =$  (어떤 수)를 이용해서

그런데 분수의 나눗셈 원리를 다 배운 다음에는 여러 가지 방법 중 가장 편리한 방법으로 즉, 분수의 나눗셈을 분수의 곱셈으로 고쳐서 계산합니다.

어떻게 분수의 나눗셈  $\frac{4}{9} \div \frac{2}{9}$  를 분수의 곱셈  $\frac{4}{9} \times \frac{9}{2}$  로 고쳐서 계산할 수 있는지 설명하시오.

**[S]**  $\frac{4}{9} \div \frac{2}{9} = \frac{4}{9} \times 9 \div \frac{2}{9} \times 9 = \frac{4}{9} \times 9 \div 2 = \frac{4}{9} \times \frac{9}{2}$

↙	↑	↘
자연수의 나눗셈은 잘 할 수 있는데, 웬 분수의 나눗셈? 분모 9가 없으면 금방 할 텐데...	$4 \div 2 = 2, 40 \div 20 = 2,$ $400 \div 200 = 2$ 와 같이 나누어지는 수와 나누는 수에 같은 수를 곱해도 되니까	$9 \div 2 = \frac{9}{2}$ 와 같이 곱칠 줄도 알고, 곱한 후 나누는 것보다 한 번에? 그래. 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고쳐서 하자.

노예 제도가 있었던 옛날에 수학 공부를 노예교육에 활용할 수 있었을 것입니다. 노예는 자신의 생각은 전혀 필요 없고, 그저 아무 생각 없이 주인이 시키는 대로만 하면 됩니다. 그러니까 노예교육이 시키는 대로만 하는 노예를 길러내기 위한 것이라면 분수의 나눗셈을 이용해서 다음과 같이 노예들에게 수학 공부를 시키면 됩니다.

「 $\frac{4}{9} \div \frac{2}{9}$ 는 무조건 뒤집어서 곱해. 즉,  $\frac{4}{9} \times \frac{9}{2} = 2$ 와 같이 계산하면 돼」

「그러면  $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7}$ 는 어떻게 할까? 그렇지. 시키는 대로  $\frac{6}{7} \times \frac{7}{2}$ 과 같이 뒤집어 곱하기만 하면 돼」

「 $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7}$ 는 왜  $\frac{6}{7} \times \frac{7}{2}$ 로 고쳐서 하는지,  $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7}$ 가 어떻게 해서  $\frac{6}{7} \times \frac{7}{2}$ 이 되는지 시키는 대로만 하는 노예는 그러한 것을 절대 생각할 필요가 없어」 여러 분도 혹시 노예가 공부하는 것처럼 수학 공부를 하고 있지 않은지 생각해 보고 위의 문제를 가족이나 친구와 함께 해결해 보시오.



## 풀이생각쓰기 온라인학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀

이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.



분수의 나눗셈  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$ 를 할 수 있는 방법은 다음과 같이 여러 가지가 있습니다.

- ① 그림으로      ② 수직선으로
- ③ 나눗셈의 기본 원리(동수누감)를 이용해서  
 $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} - \frac{2}{5} = 0$ , 즉  $\frac{4}{5}$ 에서  $\frac{2}{5}$ 를 2번 빼면 0이므로  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = 2$
- ④ 단위의 생각으로  
 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$ 에서  $\frac{4}{5}$ 는  $\frac{1}{5}$ 이 4,  $\frac{2}{5}$ 는  $\frac{1}{5}$ 이 2이므로  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$ 는  $\frac{1}{5}$ 이 4인 것을  $\frac{1}{5}$ 이 2인 것으로 나누는 것이다.
- ⑤ 분수의 곱셈과 같은 방법으로  
 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4 \div 2}{5 \div 5} = \frac{2}{1} = 2$
- ⑥ 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고쳐서  
 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times 5 \div \frac{2}{5} \times 5 = \frac{4}{5} \times 5 \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2} = 2$
- ⑦ (어떤 수)  $\div 1 =$  (어떤 수)를 이용해서  
 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2} \div \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2} \div 1 = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2} = 2$

위의 여러 가지 방법 중에서 왜  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2}$ 와 같이 분수의 나눗셈을 분수의 곱셈으로 고쳐서 계산합니까?



분수의 나눗셈  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5}$ 를 할 수 있는 7가지 방법 중에  $\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2}$ 와 같이 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 하는 것이 가장 간단하며, 빠르고 정확하게 할 수 있기 때문이다.



## 스스로 온라인 학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 중에서 한 가지를 정하여 스스로 정리해 봅시다. 내가 쓴 글을 홈페이지의 '스스로 학습'에 올려 보고, 친구들의 글과 비교하여 봅시다.

- |  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기 | <input type="checkbox"/> 수학 일기 쓰기     |
| <input type="checkbox"/> 수학 동시 쓰기                | <input type="checkbox"/> 수학 만화 그리기    |
|  | <input type="checkbox"/> 수학 마인드 맵 그리기 |

