



우수아 창의수학

ChamMath E1

차례

1	펜토미노 탐구	2	(주제 탐구)
2	여러 가지 문제를 창의적으로 해결하기	10	(창의적문제해결)
3	암호와 수학	17	(주제 탐구)
4	최대공약수와 최소공배수는 왜 배우나?	25	(개념형성원리발견)
5	배수와 약수 심화 문제	27	(교과심화문제해결)
6	도형과 수의 재미있는 만남	33	(주제 탐구)
7	여러 가지 문제를 창의적으로 해결하기	41	(창의적문제해결)
8	탱그램 다각형을 수학적으로 만들자.	49	(주제 탐구)
9	약분과 통분을 하는 이유와 방법	57	(개념형성원리발견)
10	약분과 통분 심화 문제	59	(교과심화문제해결)



펜토미노 탐구



주제탐구



펜토미노 만들기

1 5개의 정사각형을 변끼리 이어 붙여 만든 도형을 펜토미노라고 합니다. 다음 정사각형 블록 5개로 어떻게 하면 12가지 펜토미노를 빠짐없이 모두 만들 수 있습니까?



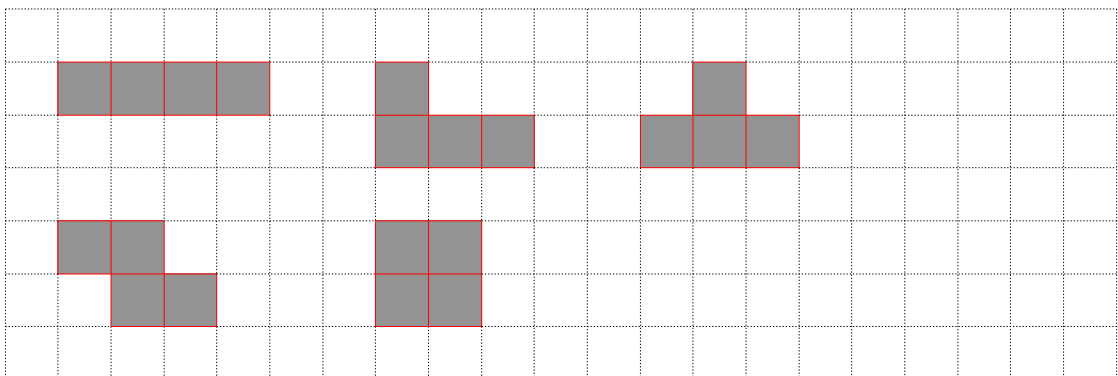
방법1 우선 2개의 블록으로 만든 1가지 모양(□□)에 정사각형 블록 1개를 더 붙여서 3개의 블록으로 만들 수 있는 모양 2가지(□□□, □²)를 모두 찾는다. 그리고 이 2가지 모양에 정사각형 블록 1개를 더 붙여서 4개의 블록으로 만들 수 있는 모양 5가지를 다 찾은 다음, 역시 이 5가지 모양에 정사각형 블록 1개를 차례대로 더 붙여서 모양을 만들고, 이미 만든 모양과 겹쳐지는 것은 제외시키면서 빠짐없이 모두 만든다.

방법2 정사각형이 연결된 개수를 기준으로 먼저 정사각형이 가로로 5개 연결된 모양(1가지), 가로로 4개 연결된 모양(2가지), 3개 연결된 모양(8가지), 2개 연결된 모양(1가지)을 차례대로 찾는다.

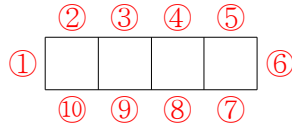
2 주황색 정사각형 블록 4개로 적어도 한 변을 이어 붙여서 만들 수 있는 모양을 모두 만들고 그려 보시오.

T 위의 (방법1)과 같은 방법으로 실제로 블록을 가지고 차례대로 만들어 보도록 한다.

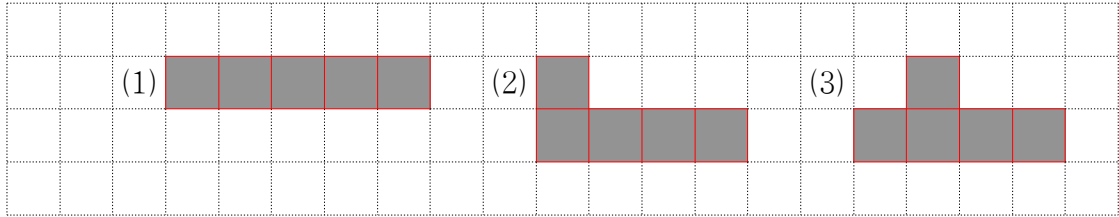
A 다음과 같이 5가지 모양을 만들 수 있다.



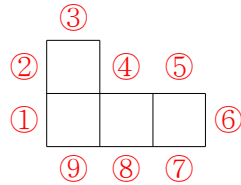
3 정사각형 블록 4개로 만든 아래 모양에 정사각형 블록 1개를 더 붙여서 만들 수 있는 모양을 모두 만들고 그려 보시오.



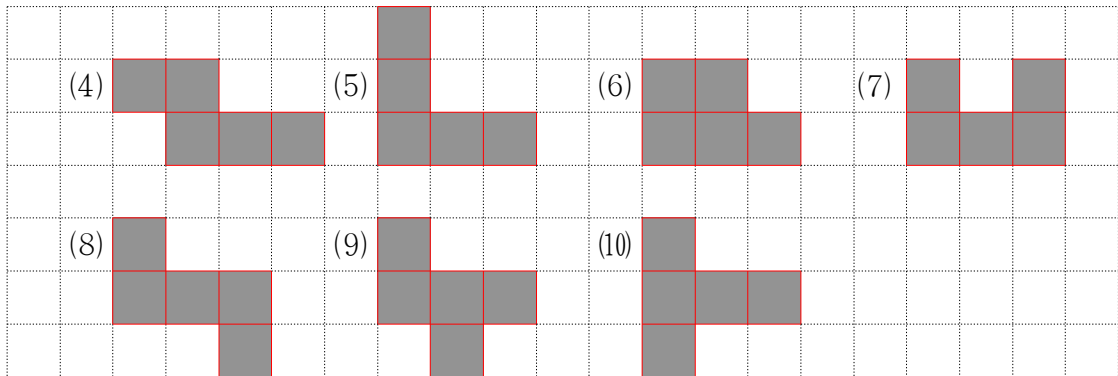
T ①번부터 ⑩번까지 차례대로 블록 1개를 붙여 만들면서 이미 만든 모양과 겹쳐지는 것은 제외시킨다.



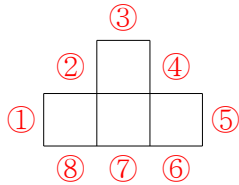
4 정사각형 블록 4개로 만든 아래 모양에 정사각형 블록 1개를 더 붙여서 모양을 만들고, 3에서 찾은 3가지 모양과 다른 모양을 모두 그려 보시오.



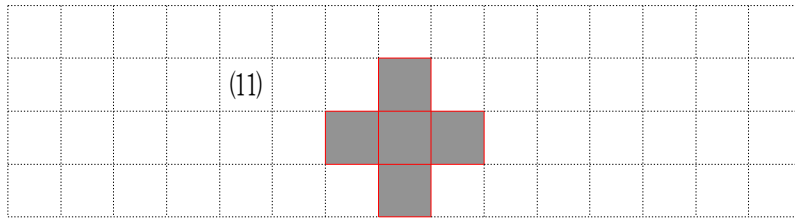
T ①번부터 ⑨번까지 차례대로 블록 1개를 붙여 만들면서 이미 만든 모양과 겹쳐지는 것은 제외시킨다.



5 정사각형 블록 4개로 만든 아래 모양에 정사각형 블록 1개를 더 붙여서 모양을 만들고, 3과 4에서 찾은 10가지 모양과 다른 모양을 모두 그려 보시오.

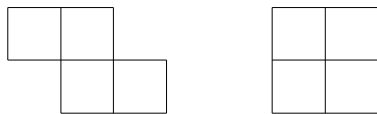


T ①번부터 ⑧번까지 차례대로 블록 1개를 붙여 만들면서 이미 만든 모양과 겹쳐지는 것은 제외시킨다.

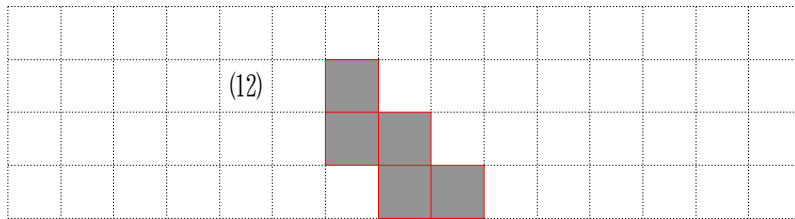


T 앞의 3, 4에서 만든 것에 번호를 붙여 확인해 보면 위의 모양 ①, ⑤에 붙인 것은 (3)과 같고, ②, ④에 붙인 것은 (6)과, ③에 붙인 것은 (10)과, ⑥, ⑧에 붙인 것은 (9)와 같아서 결국 ⑦에 붙인 1가지만 더 만들어진다.

6 정사각형 블록 4개로 만든 아래의 모양 각각에 정사각형 블록 1개를 더 붙여서 모양을 만들고, 3, 4, 5에서 찾은 11가지 모양과 다른 모양을 모두 그려 보시오.



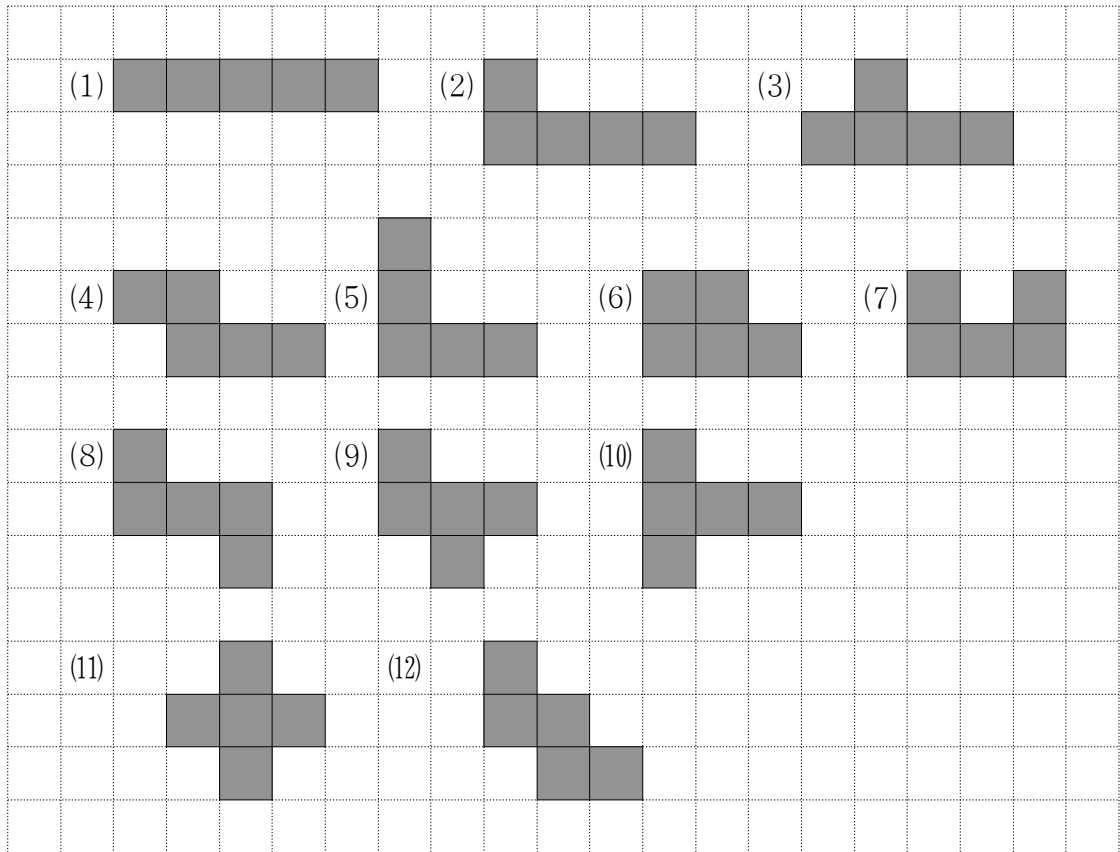
T 역시 차례대로 블록 1개를 붙여 만들면서 이미 만든 모양과 겹쳐지는 것은 제외시킨다.



T (방법2)와 같이 정사각형이 가로로 5개 연결된 모양 (1)번, 4개 연결된 모양 (2),(3)번, 3개 연결된 모양 (4)번부터 (11)번까지 8가지, 그리고 2개 연결된 모양 (12)번과 같이 가로로 연결된 정사각형 개수를 기준으로 차례대로 만들 수 있다.

탐구2 펜토미노의 둘레 탐구하기

- 1 정사각형 블록 5개로 다음과 같이 12가지 모양의 펜토미노를 만들 수 있습니다. 정사각형 블록의 한 변의 길이는 2cm입니다. 각각의 펜토미노 둘레의 길이를 구하시오.



A (6)번만 둘레의 길이가 20cm이고 나머지는 모두 24cm이다.

- 2 둘레의 길이가 가장 짧은 펜토미노는 어떤 것입니까? 그 펜토미노의 둘레의 길이가 다른 펜토미노의 둘레의 길이보다 짧다는 것을 실제로 둘레의 길이를 구하지 않고 알 수 있는 방법을 찾아 보시오.

S (6)번 조각이 가장 짧다. 왜냐하면 다른 조각들은 모두 면과 면이 맞닿은 부분이 4개인데, (6)번 조각은 면과 면이 맞닿은 부분이 5개이므로 둘레의 길이가 가장 짧다.

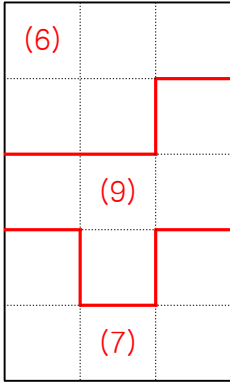
- 3 위의 펜토미노를 적당히 움직여서 알파벳 모양을 만들 수 있습니다. 각각의 펜토미노가 다음 중에서 어느 알파벳 모양이 되는지 펜토미노의 번호를 써넣으시오.

T (10) U (7) V (5) W (12) X (11) Y (3)
 I (1) L (2) P (6) N (4) F (9) Z (8)

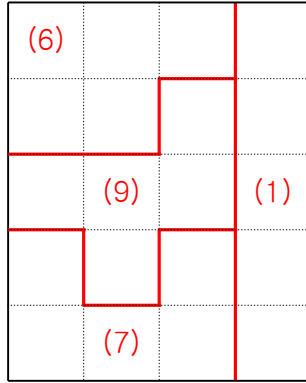
탐구3 조건에 맞게 펜토미노로 도형 덮기

1 12가지 펜토미노 중에 3가지와 4가지를 이용하여 다음 모양을 머릿속에서 덮어 보고 굵은 선으로 나타내시오.

3가지로



4가지로

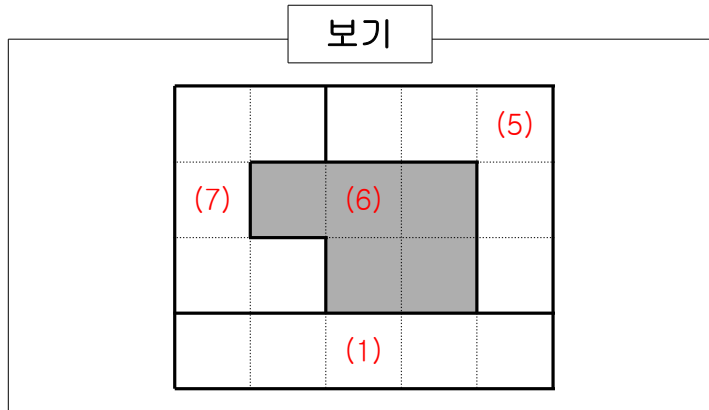


T 4가지로 가장 쉽게 만드는 방법을 생각하도록 한다. 즉, 3조각으로 만든 (6), (7), (9)번에 (1)번을 추가하면 간단하다. 역시 4가지로 만드는 방법도 여러 가지가 있다.

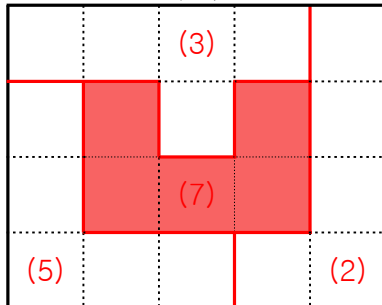
T 위와 같이 (6), (7), (9)번 이외에 (3), (6), (7)번 또는 (2), (3), (10)번 등 여러 가지 방법을 찾아 보도록 한다.

2 12가지 펜토미노 중에서 4가지와 5가지로 다음 모양을 덮는데, **보기**와 같이 사각형의 둘레와 만나지 않는 조각이 1개 생기도록 덮어 보시오.

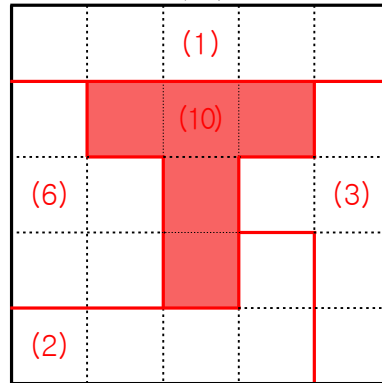
T 4가지로 4x5 직사각형을 덮는 경우 모양의 둘레와 만나지 않게 가운데에 놓을 수 있는 펜토미노는 (6)번과 (7)번뿐이다.



4가지로



5가지로



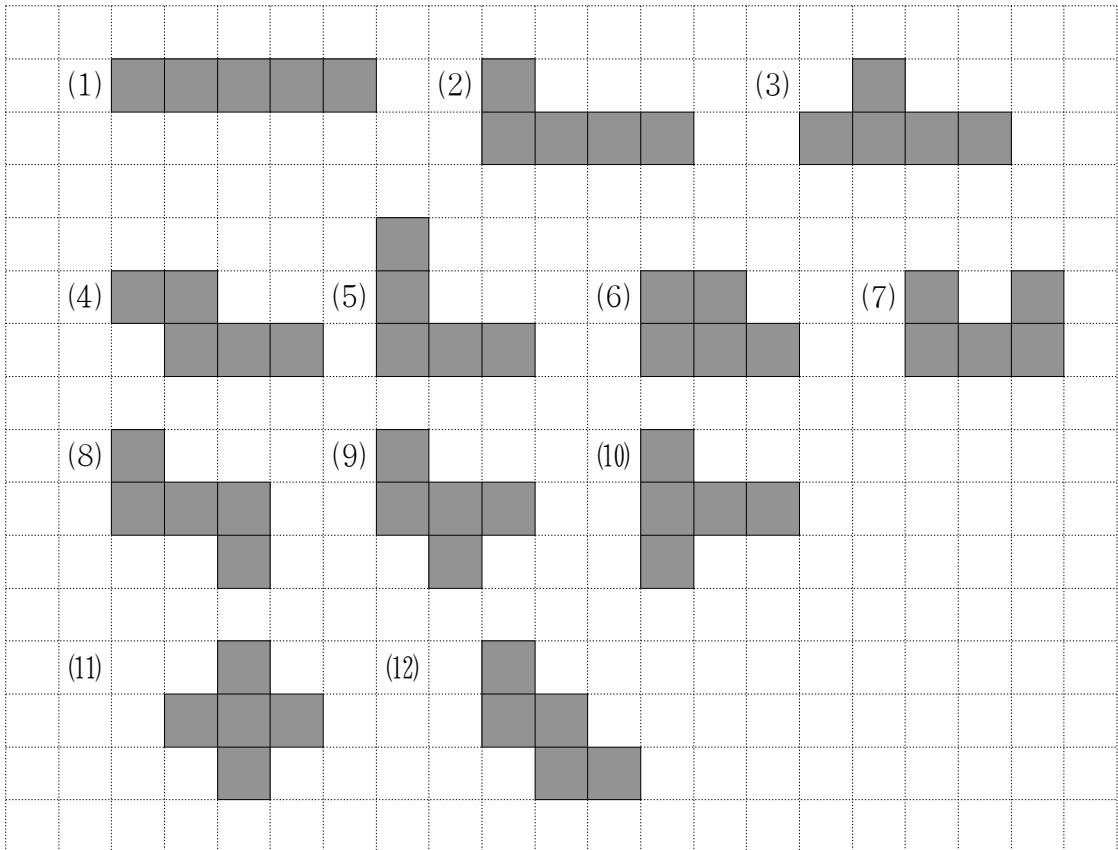
T 위와 같이 (2), (3), (5), (7) 이외에 (2), (3), (5), (6)으로도 덮을 수 있으므로 항상 또 다른 방법을 찾도록 한다.

T 위와 같이 (1), (2), (3), (6), (10) 이외에 (1), (2), (3), (5), (7)로도 만들 수 있으며, 이때 (7)번이 가운데에 놓이게 된다.

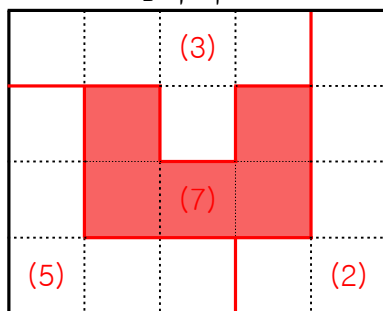
온라인 과제학습 다음 문제를 홈페이지에서 완성하고 해결하시오.

과제1

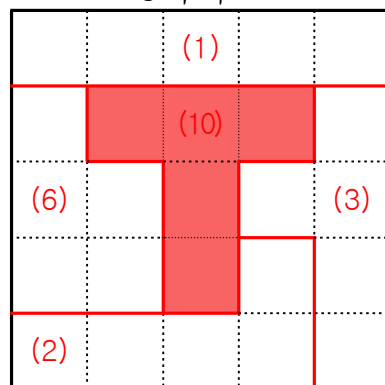
다음 12가지 펜토미노 중에서 **4** 가지와 **5** 가지로 다음 모양을 덮는데, 가운데에 놓은 펜토미노를 사각형의 둘레와 만나지 않도록 덮어 보시오.



4가지로



5가지로



T 위와 같이 (2), (3), (5), (7) 이외에 (2), (3), (5), (6)으로도 덮을 수 있으므로 항상 또 다른 방법을 찾도록 한다.

T 위와 같이 (1), (2), (3), (6), (10) 이외에 (1), (2), (3), (5), (7)로도 만들 수 있으며, 이때 (7)번이 가운데에 놓이게 된다.

위의 문제를 가족이나 친구와 함께 풀어 보시오.



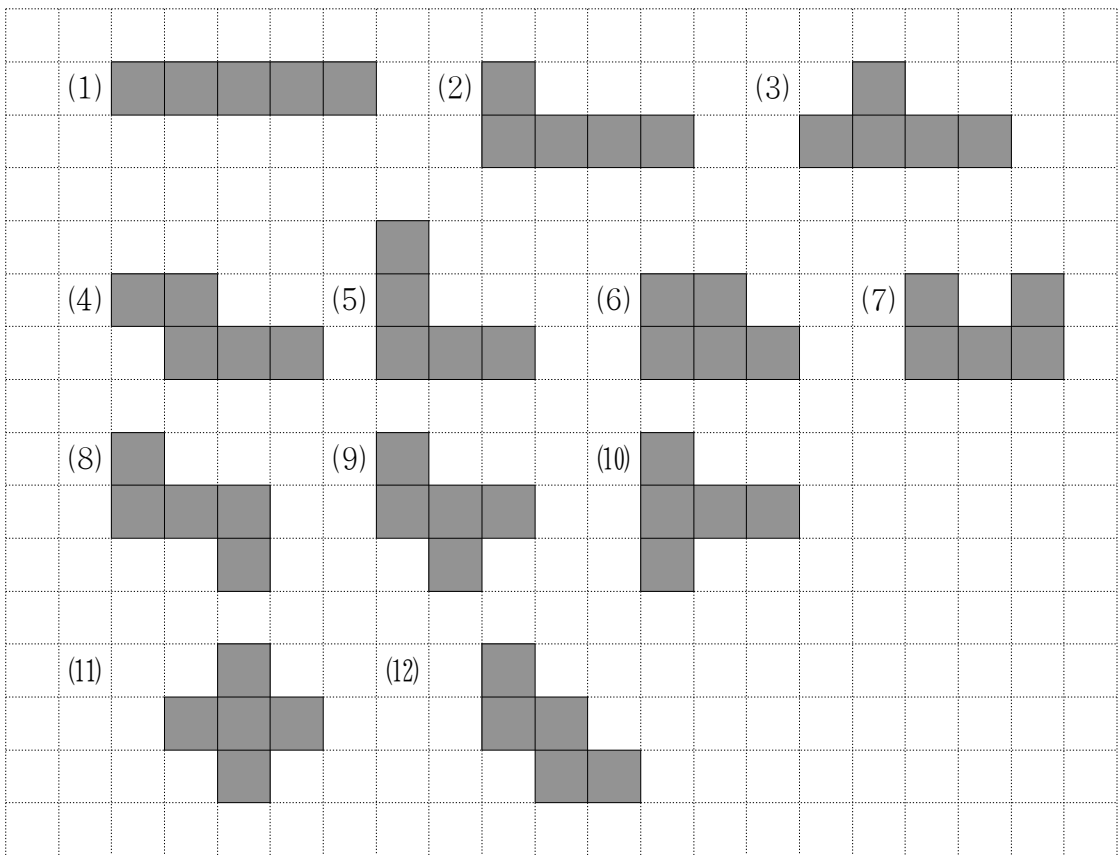
풀이생각쓰기 온라인학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀

이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.



다음 12가지 펜토미노 중에서 둘레의 길이가 가장 짧은 펜토미노는 어떤 것입니까? 그 펜토미노의 둘레의 길이가 다른 펜토미노의 둘레의 길이보다 짧다는 것을 실제로 둘레의 길이를 구하지 않고 알 수 있는 방법을 찾아 보시오.



(6)번 조각이 가장 짧다. 왜냐하면 다른 조각들은 모두 면과 면이 맞닿은 부분이 4개인데, (6)번 조각은 면과 면이 맞닿은 부분이 5개이므로 둘레의 길이가 가장 짧다.



스스로 온라인학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 중에서 한 가지를 정하여 스스로 정리해 봅시다. 내가 쓴 글을 홈페이지의 '스스로 학습'에 올려 보고, 친구들의 글과 비교하여 봅시다.

- | | |
|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기 | <input type="checkbox"/> 수학 일기 쓰기 |
| <input type="checkbox"/> 수학 동시 쓰기 | <input type="checkbox"/> 수학 만화 그리기 |
| | <input type="checkbox"/> 수학 마인드 맵 그리기 |





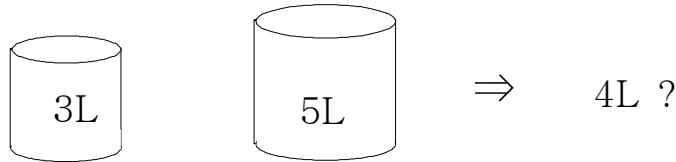
여러 가지 문제를 창의적으로 해결하기



창의적 문제해결



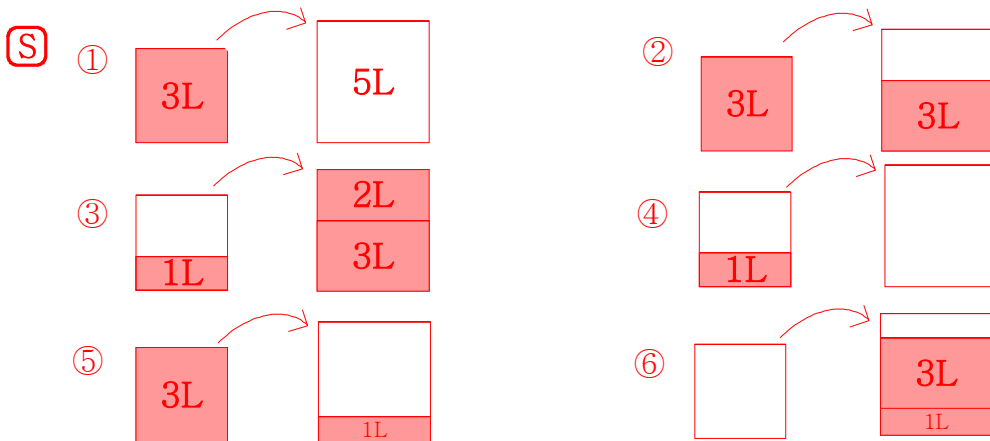
3L, 5L 들이 물통을 사용하여 4L의 물을 측정하는 방법을 말과 그림으로 나타내어 보시오.



1 말로

S 3L를 가득 채운 후 5L 물통에 붓고, 다시 3L를 가득 채워서 5L 물통이 가득 찰 때까지 부으면 3L물통에 1L가 남는다. 이 1L를 빈통에 붓고 다시 3L를 부으면 4L가 된다.

2 그림으로



한 문제를 맞히면 50점씩 얻고, 한 문제를 틀리면 20점씩 감점되는 시험에서 20문제를 풀고 790점을 얻었다면 몇 문제를 맞힌 것입니까? 2가지 예상과 확인 방법으로 해결하시오.

방법1 10문제를 맞히고 10문제를 틀렸다고 예상하면, $50 \times 10 = 500$, $20 \times 10 = 200$, $500 - 200 = 300$ 으로부터 300점을 얻는다. 그런데 한 문제를 맞히면 50점을 얻고 틀리면 20점이 감점되므로 한 문제를 더 맞히면 70점이 올라간다. $790 - 300 = 490$, $490 \div 70 = 7$ 로부터 17문제를 맞히고 3문제를 틀린 것이다. 확인해 보면 $17 \times 50 = 850$, $3 \times 20 = 60$, $850 - 60 = 790$ (점)

방법2 20문제를 다 맞혔다고 예상하면 $50 \times 20 = 1000$ (점), 그런데 한 문제를 맞히면 50점을 얻고, 틀리면 20점이 감점되므로 한 문제를 틀리면 결국 70점이 내려간다. $1000 - 790 = 210$, $210 \div 70 = 3$ 으로부터 3문제를 틀리고 17문제를 맞힌 것이다. 확인해 보면, $17 \times 50 = 850$, $3 \times 20 = 60$, $850 - 60 = 790$ (점)



다음과 같이 늘어놓은 수들을 보고 물음에 답하시오.

		1번째 세로줄								
		↓	2번째 세로줄							
		↓	3번째 세로줄							
1번째 가로줄	→	1	↓	3번째 세로줄						
2번째 가로줄	→	1	1	↓						
3번째 가로줄	→	1	2	1						
4번째 가로줄	→	1	3	3	1					
5번째 가로줄	→	1	4	6	4	1				
6번째 가로줄	→	1	5	10	10	5	1			
7번째 가로줄	→	1	6	15	20	15	6	1		
8번째 가로줄	→	1	7	21	35	35	21	7	1	
9번째 가로줄	→	1	8	28	56	70	56	28	8	1

1 위와 같은 방법으로 10번째 가로줄의 수를 모두 써 보시오.

T 우선 수들을 늘어놓은 규칙을 찾아서 발표해 보도록 한다.

S 각각의 가로줄의 수들은 처음 수와 마지막 수는 1이고, 나머지 수들은 바로 위의 왼쪽에 있는 수와 바로 위의 수를 더한 수이다. 예를 들면, 9번째 가로줄에 있는 수들은 $1+7=8$, $7+21=28$, $21+35=56$, ...
따라서 10번째 가로줄의 수들은 1 , $1+8=9$, $8+28=36$, $28+56=84$, $56+70=126$, ...

A 1, 9, 36, 84, 126, 126, 84, 36, 9, 1

2 10번째 가로줄에 있는 수들의 합을 여러 가지 방법으로 구하시오.

방법1 10개의 수들을 차례대로 더한다.
 $1+9+36+84+126+126+84+36+9+1=512$

방법2 처음부터 반만 더한 후 2배를 한다.
T 짝수 번째 가로줄인 경우만 가능하다.)
 $1+9+36+84+126=256$, $256 \times 2=512$

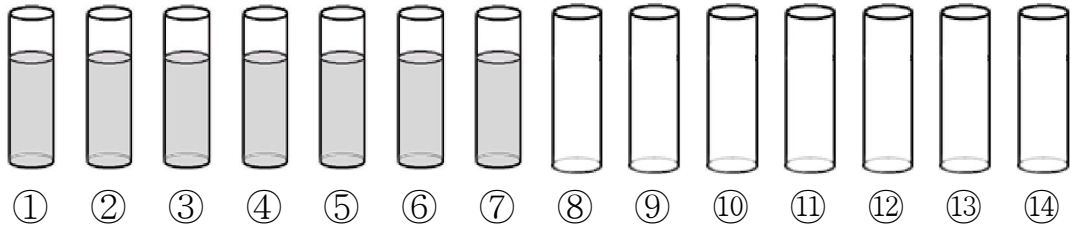
방법3 규칙을 찾아 합을 구한다.
첫 번째 가로줄 : 1
2 번째 가로줄 : $1+1=2(2 \times 1=2)$
3 번째 가로줄 : $1+2+1=4(2 \times 2=4)$
4 번째 가로줄 : $1+3+3+1=8(2 \times 2 \times 2=8)$
5 번째 가로줄 : $1+4+6+4+1=16(2 \times 2 \times 2 \times 2=16)$
즉, 가로줄의 합이 2배씩 증가하므로 10번째 가로줄의 합은 2를 9번 곱하면 된다.
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2=512$

T 5, 6학년 우수아에게는 계산 연습을 하는 경우가 아니면 복잡한 계산을 할 때 계산기를 가지고 다니면서 사용하도록 한다. 계산기로 2를 9번 곱하는 방법은 $[2], [\times], [2], [=]$ 를 순서대로 누른 후에 $[=]$ 버튼을 누르면서 3번, 4번, ...9번까지 누르면 된다.

E1

창의4

다음과 같이 물이 든 컵과 빈 컵이 반반씩 14개 있습니다. 컵을 가장 적게 움직여서 물이 들어 있는 컵과 빈 컵이 교대로 놓이도록 해 보세요. 몇 개의 컵을 움직이면 됩니까?



- T** 일반적으로 ②번과 ⑬번, ④번과 ⑪번, ⑥번과 ⑨번을 바꾸어서(②번과 ⑨번, ④번과 ⑪번, ⑥번과 ⑬번을 바꾸어도 됨.) 컵 6개를 움직이는 경우를 생각하기 쉽다. 독창적인 방법을 아동 스스로 찾아보도록 한다.
- A** ②번의 물을 ⑨번에, ④번의 물을 ⑪번에, ⑥번의 물을 ⑬번에 붓고 제자리에 놓으면 물이 들어 있는 컵과 빈 컵이 교대로 놓이게 되므로 컵 3개만 움직이면 된다.

창의5

100에서 200까지의 자연수 중에서 짝수끼리의 합을 ■, 홀수끼리의 합을 ▲라고 할 때, ■와 ▲의 차는 얼마입니까?

- T** ■=100+102+104+ ... +200
▲=101+103+105+ ... +199
■와 ▲를 실제로 구하지 않고 ■와 ▲의 차를 구하는 방법을 생각해 보도록 한다.
- T** 100에서 200까지의 자연수는 101개이고 짝수가 51개, 홀수가 50개이므로 ■가 ▲보다 크다.
- S** ■-▲를 간단하게 구하는 식을 만들어 보면,

$$100+(102-101)+(104-103)+(106-105)+ \dots +(200-199)$$

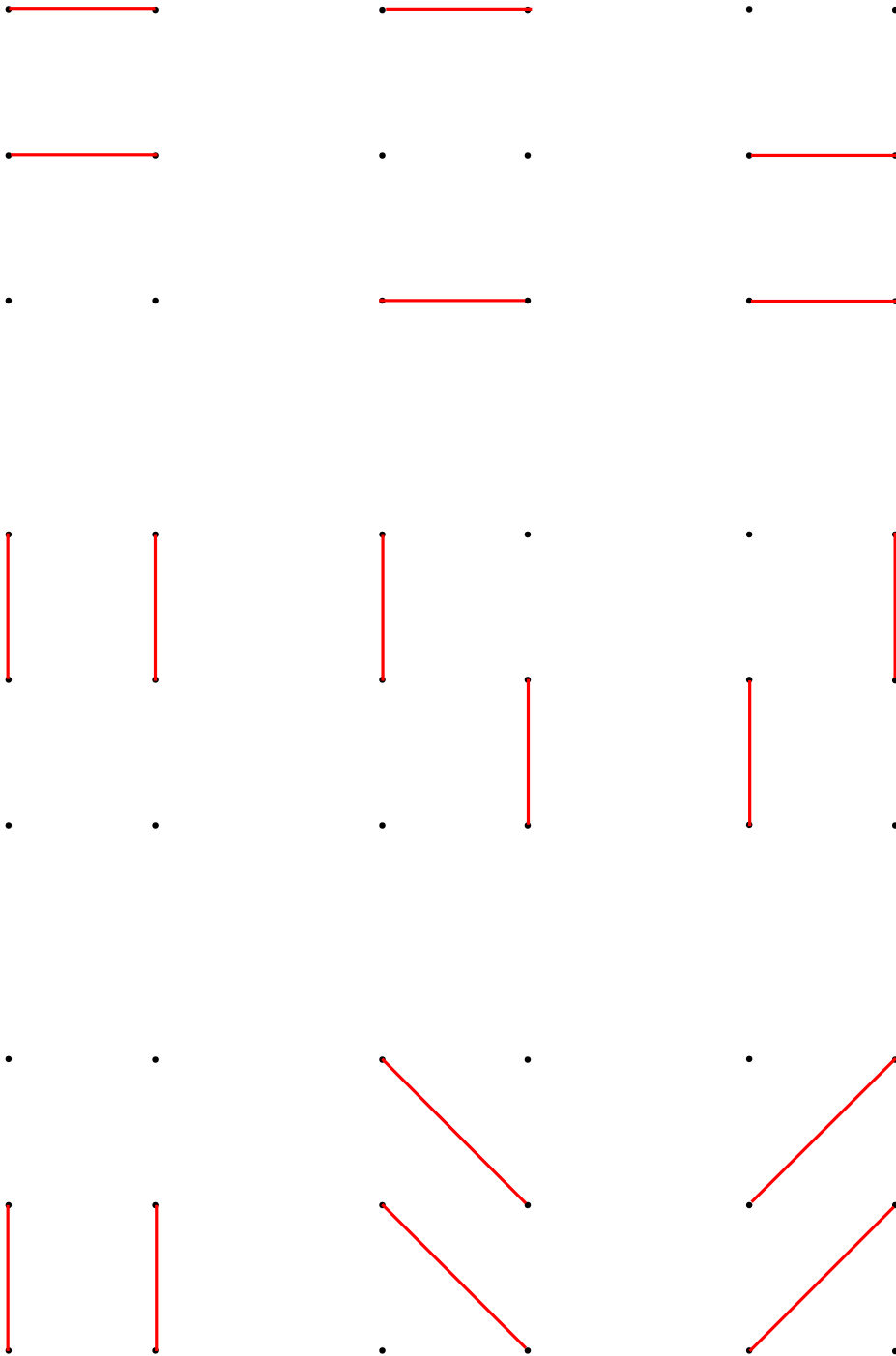
(50개)

따라서 ■-▲=100+1×50=150

- A** 150

창의6

일정한 간격으로 찍혀 있는 6개의 점들에서 2개의 점만을 연결하여 만들 수 있는 선분들 중 평행인 선분은 모두 몇 쌍입니까? 모두 그어 보시오.



A 9쌍



온라인 과제학습 다음 문제를 홈페이지에서 완성하고 해결하시오.



100 에서 200 까지의 자연수 중에서 짝수끼리의 합을 ■, 홀수끼리의 합을 ▲라고 할 때, ■와 ▲의 차는 얼마입니까?

⑤ ■-▲를 간단하게 구하는 식을 만들어 보면,

$$100 + (102 - 101) + (104 - 103) + (106 - 105) + \dots + (200 - 199)$$

(50개)

따라서 ■-▲=100+1×50=150

④ 150

⑤ 다음과 같이 나타낼 수도 있다.

$$\begin{array}{r}
 \blacksquare = 100 + 102 + 104 + \dots + 200 \\
 - \quad \blacktriangle = \quad \quad 101 + 103 + \dots + 199 \\
 \hline
 \blacksquare - \blacktriangle = 100 + 1 + 1 + \dots + 1 \\
 = 100 + 1 \times 50 = 150
 \end{array}$$

위의 문제를 가족이나 친구와 함께 풀어 보시오.



풀이생각쓰기 온라인학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀

이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.



다음과 같이 늘어놓은 수들을 보고 물음에 답하시오.

		1번째 세로줄																		
				↓	2번째 세로줄															
1번째	가로줄	→	1	↓	3번째 세로줄															
2번째	가로줄	→	1	1	↓															
3번째	가로줄	→	1	2	1															
4번째	가로줄	→	1	3	3	1														
5번째	가로줄	→	1	4	6	4	1													
6번째	가로줄	→	1	5	10	10	5	1												
7번째	가로줄	→	1	6	15	20	15	6	1											
8번째	가로줄	→	1	7	21	35	35	21	7	1										
9번째	가로줄	→	1	8	28	56	70	56	28	8	1									

1 위와 같은 방법으로 10번째 가로줄의 수를 모두 써 보시오.



각각의 가로줄의 수들은 처음 수와 마지막 수는 1이고, 나머지 수들은 바로 위의 왼쪽에 있는 수와 바로 위의 수를 더한 수이다. 예를 들면, 9번째 가로줄에 있는 수들은 $1+7=8$, $7+21=28$, $21+35=56$, ... 따라서 10번째 가로줄의 수들은 1 , $1+8=9$, $8+28=36$, $28+56=84$, $56+70=126$, ...

A 1, 9, 36, 84, 126, 126, 84, 36, 9, 1

2 10번째 가로줄에 있는 수들의 합을 여러 가지 방법으로 구하시오.



방법1

10개의 수들을 차례대로 더한다.
 $1+9+36+84+126+126+84+36+9+1=512$

방법2

처음부터 반만 더한 후 2배를 한다. (짝수 번째 가로줄이므로 가능하다)
 $1+9+36+84+126=256$, $256 \times 2=512$

방법3

규칙을 찾아 합을 구한다.
 첫 번째 가로줄 : 1
 2 번째 가로줄 : $1+1=2(2 \times 1=2)$
 3 번째 가로줄 : $1+2+1=4(2 \times 2=4)$
 4 번째 가로줄 : $1+3+3+1=8(2 \times 2 \times 2=8)$
 5 번째 가로줄 : $1+4+6+4+1=16(2 \times 2 \times 2 \times 2=16)$
 즉, 가로줄의 합이 2배씩 증가하므로 10번째 가로줄의 합은 2를 9번 곱하면 된다.
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2=512$



스스로 온라인 학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 중에서 한 가지를 정하여 스스로 정리해 봅시다. 내가 쓴 글을 홈페이지의 '스스로 학습'에 올려 보고, 친구들의 글과 비교하여 봅시다.

- | | |
|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기 | <input type="checkbox"/> 수학 일기 쓰기 |
| <input type="checkbox"/> 수학 동시 쓰기 | <input type="checkbox"/> 수학 만화 그리기 |
| | <input type="checkbox"/> 수학 마인드 맵 그리기 |

3

암호와 수학



주제탐구



한글 암호를 해독하고 만들기

1 다음 암호문을 해독하시오.

(1) 내요수다이신가우학음재있참수을부미어신아시터있졌기창작
수고어해의한학자요.

T 몇 글자씩 나누어 읽어야 하는지 즉, 키 넘버가 얼마인지 예상하고 해독한다.
즉, 전체 글자 수가 36개이므로 3, 4, 5, 9, 12개씩 글자를 나누어 차례대로
읽어 본다.

S 6글자씩 끊어서 차례대로 읽어 보면
내요수다이신/가우학음재있/참수을부미어/신아시터있졌/기창작수고어/해의한학
자요. → 내가 참 신기해요 우수아 창의수학을 시작한 다음부터 수학이 재미있고
자신 있어 졌어요.

T 6글자씩 가로로 쓴 다음 세로로 읽어 보거나 세로로 쓴 다음 가로로 읽어 보아
도 된다.

(2) 는이다력이우자것큰능두는씬가다리신보능성모아훤과있
2월 4일 1시53분 씬

T 전체 글자 수는 25자이고, 키 넘버는 2월 4일 1시 53분이다.
키 넘버 24153에 의해서 5글자씩 끊고 첫 번째 다섯 글자를 3번째에, 두 번째
다섯 글자를 1번째에, 세 번째 다섯 글자를 5번째에, ... 세로로 쓴 다음 가로로
읽어 본다.

2	4	1	5	3
우	리	는	모	두
자	신	이	아	는
것	보	다	훤	씬
큰	능	력	과	가
능	성	이	있	다

2 위의 암호 만드는 방법을 바탕으로 자신의 암호문을 만들어 보시오. 그
리고 친구들과 바꾸어 해독해 보시오.

탐구2 영문 암호 만들고 해독하기

1 다음과 같이 영어 알파벳의 모듈로 연산을 하시오.

영어 알파벳은 a부터 z까지 26자입니다. 그래서 다음과 같이 각 알파벳에 1부터 26까지의 수를 짝 지을 수 있습니다.

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

‘모듈로 연산’도 하나의 약속인데 $6 \oplus_{10} 9 = 5$, $1 \oplus_{4} 3 = 0$, $11 \oplus_{12} 7 = 6$ 과 같이 ‘어떤 수로 나눈 나머지’만을 생각합니다.

그러면 마지막 알파벳이 26이므로 다음과 같이 모듈로 26연산을 할 수 있습니다. 예를 들어, $k \oplus w$ 에 해당하는 수를 모듈로 26연산한 다음에 그 결과의 수를 다시 알파벳으로 나타냅니다.

즉, $k=11$, $w=23$ 이므로 $k \oplus w = 11 \oplus_{26} 23 = 8$, 8은 h이므로 $k \oplus w = h$ ($11+23=34$, $34=26+8$ 이므로 $11 \oplus_{26} 23=8$ 이 됩니다.)

(1) $m + b = o$ ($13 \oplus_{26} 2 = 15$)

(2) $t + k = e$ ($20 \oplus_{26} 11 = 5$)

(3)
$$\begin{array}{r} o\ k \\ +\ s\ h \\ \hline h\ s \end{array}$$
 \textcircled{T} $15 \oplus_{26} 19 = 8$
 $11 \oplus_{26} 8 = 19$

(4)
$$\begin{array}{r} y\ e\ s \\ +\ n\ o\ t \\ \hline m\ t\ m \end{array}$$
 \textcircled{T} $25 \oplus_{26} 14 = 13$
 $5 \oplus_{26} 15 = 20$
 $19 \oplus_{26} 20 = 13$

2 모듈로 연산에서 어떤 수의 보수는 연산을 해서 결과가 0이 되는 수입니다. 영어 알파벳에서도 보수를 생각할 수 있습니다. $a \oplus \square = 0$ 에서 $a=1$, $1 \oplus_{26} 25 = 0$ 이고, 25는 y이므로 a의 보수는 y입니다. 다음 알파벳의 보수를 써넣으시오.

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
y	x	w	v	u	t	s	r	q	p	o	n	m

n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
l	k	j	i	h	g	f	e	d	c	b	a	z

\textcircled{T} $b \oplus \square = 0$ 에서 $2 \oplus_{26} 24 = 0$, 24는 x이므로 b의 보수는 x이다.

- 3 다음 **보기**와 같이 can you speak english?를 america를 키워드로 암호화하고, 다시 그 암호문을 해독하시오.

보기

모듈로 연산으로 영어 문장을 암호화하려면, 우선 korea와 같이 가능한 알파벳이 모두 다른 한 단어를 선택합니다. 이 단어를 키워드 (key word)라고 하는데, 이 키워드가 다른 사람에게 알려지면 암호문이 쉽게 해독되므로 알아야 할 사람들끼리만 비밀로 하고, 바꾸어 사용하기도 합니다.

암호문을 만드는 방법은 다음과 같이 암호로 만든 문장을 적은 다음 그 바로 밑에 키워드로 정한 korea를 문장의 처음부터 끝까지 반복해서 써 넣습니다.

예를 들어 could you call the police? (경찰을 불러 주세요)를 쓰고, 키워드를 쓴 다음에 a부터 z에 1부터 26까지의 수를 짝 지은 것을 이용하여 모듈로 연산을 합니다.

could you call the police?
 ⊕ korea kor eako rea koreak
 ndmqe jdm hbwa lmf addndp?

이와 같이 암호화하려는 문장과 키워드로 모듈로 연산을 하여 만들어진 문장이 암호문입니다. 이와 같은 암호문은 키워드를 알고 있는 사람만이 해독할 수 있습니다.

위의 암호문의 키워드는 korea이고, korea의 보수는 okhuy이므로 이것을 암호문 바로 밑에 반복해서 쓰고 모듈로 연산을 하면 암호문이 해독됩니다.

ndmqe jdm hbwa lmf addndp?
 ⊕ okhuy okh uyok huy okhuyo
 could you call the police?

- S** can you speak english **T** america의 보수는 ymuhqw이다.
 ⊕ ame ric aamer icaamer
 dns qxx tqrfc nqhmvxz ← 암호문
 ⊕ ymu hqw yymuh qwymuh ← 키워드의 보수로 해독하기
 can you speak english

- 4 간단한 영어 문장을 자신이 정한 키워드로 암호화하고, 친구들과 바꾸어 해독해 보시오.

탐구3 생활 속에 담겨진 암호

1 도서 번호(ISBN)에 담겨진 암호를 찾아 봅시다.

책과 각종 음반물에는 국제 표준 도서 번호 ISBN(International Standard Book Number)가 붙어 있습니다. ISBN은 10개의 숫자가 가로선(-)으로 구분되어 나타나는데, 여기서 마지막 숫자가 체크 숫자입니다.



□ □ - □ □ □ □ - □ □ □ - □
발행국가 발행자 책 체크숫자

ISBN의 체크 숫자는 ISBN 10개의 숫자에 10부터 1까지 자연수를 차례로 곱해서 더한 합이 11의 배수가 되도록 정합니다. 이 경우 체크 숫자는 0부터 10까지의 수가 되는데 만약 체크 숫자가 10일 경우에는 X로 나타냅니다. 예를 들어 어떤 책의 ISBN의 앞 9자리가 89-0007-248-□일 때 체크 숫자를 구하면 다음과 같습니다.

$(8 \times 10) + (9 \times 9) + (0 \times 8) + (0 \times 7) + (0 \times 6) + (7 \times 5) + (2 \times 4) + (4 \times 3) + (8 \times 2) + (\text{체크 숫자} \times 1) = 11$ 의 배수
 $232 + (\text{체크 숫자})$ 가 11의 배수인 242가 되어야 하므로 체크 숫자는 10(X)입니다.

(1) 자신이 가지고 있는 책 중 한 권을 골라 국제 표준 도서 번호(ISBN)가 정확히 표시되어 있는지 위와 같은 방법으로 계산해서 알아 보시오.

T 학생 주변의 책 중에서 ISBN을 찾아 다음 예와 같은 방법으로 확인해 보게 한다. (예) 32-6105-073-X
 $(3 \times 10) + (2 \times 9) + (6 \times 8) + (1 \times 7) + (0 \times 6) + (5 \times 5) + (0 \times 4) + (7 \times 3) + (3 \times 2) + 10 = 165$ (11의 배수)
이므로 국제 표준 도서 번호와 일치한다는 것을 알 수 있다.

(2) 다음은 어느 책의 ISBN 번호입니다. 빈칸에 알맞은 수를 써넣으시오.

08-17□3-993-4

S $(0 \times 10) + (8 \times 9) + (1 \times 8) + (7 \times 7) + (\square \times 6) + (3 \times 5) + (9 \times 4) + (9 \times 3) + (3 \times 2) + 4 = 217 + \square \times 6$
 $217 + \square \times 6$ 이 11의 배수가 되기 위해서는 □에 6이 들어가야 한다.

T $217 + \square \times 6$ 에서 □에 1부터 차례대로 써넣으면서 11로 나누어지는지 확인한다.

2 물건의 바코드에 담겨진 암호를 찾아 봅시다.

슈퍼마켓에서 구입하는 대부분의 상품에는 숫자가 쓰여 있습니다. 이 숫자들은 여러 개의 검은 막대와 흰 막대로 나열된 ‘바코드 (barcode)’라는 것이 붙어 있어 계산대에서 이것을 판독하는 감지기에 의해 값이 입력됩니다. 또한 바코드에는 체크 숫자라는 안전장치가 있어 잘못 입력되는 오류를 미리 방지할 수 있습니다.



□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
 제조국가 제조업자 상품구분 체크숫자

(홀수 번째 숫자의 합)+(짝수 번째 숫자의 합)×3+체크 숫자=10의 배수

막대 밑에 쓰여 있는 숫자가 대체로 13자리로 되어 있는데 앞의 세 개의 숫자는 제조 국가(우리나라는 880), 다음 네 개의 숫자는 제조업자, 다음 다섯 자리 숫자는 어떤 상품인지를 나타내며 마지막 숫자는 앞의 코드에 의해서 결정되는 체크 숫자입니다. 이 체크 숫자에는 수학적 원리가 담겨 있습니다. 바코드의 13자리 중 홀수 번째 숫자들은 그대로 더하고, 짝수 번째 숫자들을 더한 다음 3배 하여 전체 합이 10의 배수가 되도록 체크 숫자를 정하게 됩니다.

예를 들어 앞의 12자리가 978897282314인 경우 체크 숫자는 다음과 같이 계산합니다.

(9 + 8 + 9 + 2 + 2 + 1) + (7 + 8 + 7 + 8 + 3 + 4) × 3 +
 체크 숫자=10의 배수, 31+111+ 체크 숫자 = 142+ 체크 숫자=10의 배수
 그러므로 전체의 합이 10의 배수인 150이 되기 위해서는 체크 숫자가 8이
 되어야 합니다.

바코드 13자리 중에서 앞의 12자리가 880173544789일 때 마지막 체크 숫자를 구하시오.

- ⑤ (8+0+7+5+4+8)+(8+1+3+4+7+9)×3+체크 숫자=128+체크 숫자
 128+(체크 숫자)가 10의 배수가 되어야 하므로 체크 숫자는 2이다. 이 외에도 생활 주변에서 볼 수 있는 신용카드 번호나 주민등록번호에도 암호가 존재한다.



온라인 과제학습 다음 문제를 홈페이지에서 완성하고 해결하시오.



다음 [보기]와 같이 can you speak english?를 america를 키워드로 암호화하고, 다시 그 암호문을 해독하시오.

보기

모듈로 연산으로 영어 문장을 암호화하려면, 우선 korea와 같이 가능한 알파벳이 모두 다른 한 단어를 선택합니다. 이 단어를 키워드 (key word)라고 하는데, 이 키워드가 다른 사람에게 알려지면 암호문이 쉽게 해독되므로 알아야 할 사람들끼리만 비밀로 하고, 바꾸어 사용하기도 합니다.

암호문을 만드는 방법은 다음과 같이 암호로 만든 문장을 적은 다음 그 바로 밑에 키워드로 정한 korea를 문장의 처음부터 끝까지 반복해서 써 넣습니다.

예를 들어 could you call the police? (경찰을 불러 주세요)를 쓰고, 키워드를 쓴 다음에 a부터 z에 1부터 26까지의 수를 짝 지은 것을 이용하여 모듈로 연산을 합니다.

could you call the police?
⊕ korea kor eako rea koreak
ndmqe jdm hbwa lmf addndp?

이와 같이 암호화하려는 문장과 키워드로 모듈로 연산을 하여 만들어진 문장이 암호문입니다. 이와 같은 암호문은 키워드를 알고 있는 사람만이 해독할 수 있습니다.

위의 암호문의 키워드는 korea이고, korea의 보수는 okhuy이므로 이것을 암호문 바로 밑에 반복해서 쓰고 모듈로 연산을 하면 암호문이 해독됩니다.

ndmqe jdm hbwa lmf addndp?
⊕ okhuy okh uyok huy okhuy
could you call the police?

- Ⓢ can you speak english america의 보수는 ymuhqwy이다.
- ⊕ ame ric aamer icaamer
- dns qxx tqrfc nqhmvxz ← 암호문
- ⊕ ymu hqw yymuh qwymuh ← 키워드의 보수로 해독하기
- can you speak english

위의 문제를 가족이나 친구와 함께 풀어 보시오.



풀이생각쓰기 온라인학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀

이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.



도서 번호(ISBN)의 체크 숫자와 물건의 바코드의 체크 숫자를 구해보시오.

- ISBN의 체크 숫자는 ISBN 10개의 숫자에 10부터 1까지 자연수를 차례로 곱해서 더한 합이 11의 배수가 되도록 정합니다. 이 경우 체크 숫자는 0부터 10까지의 수가 되는데 만약 체크 숫자가 10일 경우에는 X로 나타냅니다.

□ □ - □ □ □ □ - □ □ □ - □
 발행국가 발행자 책 체크숫자

어떤 책의 ISBN의 앞 9자리가 89-0007-248-□일 때 체크 숫자를 구하시오.



$(8 \times 10) + (9 \times 9) + (0 \times 8) + (0 \times 7) + (0 \times 6) + (7 \times 5) + (2 \times 4) + (4 \times 3) + (8 \times 2) + (\text{체크 숫자} \times 1) = 11$ 의 배수, $232 + (\text{체크 숫자})$ 가 11의 배수인 242가 되어야 하므로 체크 숫자는 10(X)

- 물건의 바코드(barcode)는 13자리 중 홀수 번째 숫자들은 그대로 더하고, 짝수 번째 숫자들을 더한 다음 3배 하여 전체 합이 10의 배수가 되도록 체크 숫자를 정하게 됩니다.

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
 제조국가 제조업자 상품구분 체크숫자

바코드 13자리 중에서 앞의 12자리가 880173544789일 때 마지막 체크 숫자를 구하시오.



$(8 + 0 + 7 + 5 + 4 + 8) + (8 + 1 + 3 + 4 + 7 + 9) \times 3 + \text{체크 숫자} = 128 + \text{체크 숫자}$
 $128 + (\text{체크 숫자})$ 가 10의 배수가 되어야 하므로 체크 숫자는 2이다.



스스로 온라인 학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 중에서 한 가지를 정하여 스스로 정리해 봅시다. 내가 쓴 글을 홈페이지의 '스스로 학습'에 올려 보고, 친구들의 글과 비교하여 봅시다.

- | | |
|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기 | <input type="checkbox"/> 수학 일기 쓰기 |
| <input type="checkbox"/> 수학 동시 쓰기 | <input type="checkbox"/> 수학 만화 그리기 |
| | <input type="checkbox"/> 수학 마인드 맵 그리기 |



4

최대공약수와 최소공배수는 왜 배우나?



개념형성원리발견



보기와 같은 여러 가지 방법으로 12와 18의 최대공약수와 최소공배수를 구하시오.

보기 8과 12의 최대공약수와 최소공배수 구하기

방법1

8의 약수 : 1, 2, 4, 8
 12의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12
 8과 12의 공약수 : 1, 2, 4
 8과 12의 최대공약수 : 4

8의 배수 : 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...
 12의 배수 : 12, 24, 36, 48, 60, ...
 8과 12의 공배수 : 24, 48, ...
 8과 12의 최소공배수 : 24

방법2

$8=2 \times 4=2 \times 2 \times 2$
 $12=2 \times 6=2 \times 2 \times 3$
 8과 12의 최대공약수 : $2 \times 2=4$
 8과 12의 최소공배수 : $2 \times 2 \times 2 \times 3=24$

방법3

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 12} \\ 2 \overline{) 4 \quad 6} \\ \hline 2 \quad 3 \end{array}$$

8과 12의 최대공약수 : $2 \times 2=4$
 8과 12의 최소공배수 : $2 \times 2 \times 2 \times 3=24$

12와 18의 최대공약수와 최소공배수 구하기

방법1

12의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12
 18의 약수 : 1, 2, 3, 6, 9, 18
 12와 18의 공약수 : 1, 2, 3, 6
 12와 18의 최대공약수 : 6

12의 배수 : 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, ...
 18의 배수 : 18, 36, 54, 72, 90, 108, ...
 12와 18의 공배수 : 36, 72, ...
 12와 18의 최소공배수 : 36

방법2

$12=2 \times 6=2 \times 2 \times 3$
 $18=2 \times 9=2 \times 3 \times 3$
 12와 18의 최대공약수 : $2 \times 3=6$
 12와 18의 최소공배수 : $2 \times 2 \times 3 \times 3=36$

T 12와 18을 2, 3, 5, 7, ... 과 같은 수들의 곱으로 나타내어 알아 본다.

방법3

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ 3 \overline{) 6 \quad 9} \\ \hline 2 \quad 3 \end{array}$$

12와 18의 최대공약수 : $2 \times 3=6$
 12와 18의 최소공배수 : $2 \times 2 \times 3 \times 3=36$



16, 24, 32의 최소공배수를 구할 때 다음 두 가지 방법 중에서 어느 것이 맞습니까? 왜 그렇게 생각하였습니까? 잘못된 방법을 바르게 고치시오.

<p>방법1</p> $16=2 \times 8=2 \times 2 \times 4=2 \times 2 \times 2 \times 2$ $24=2 \times 12=2 \times 2 \times 6=2 \times 2 \times 2 \times 3$ $32=2 \times 16=2 \times 2 \times 8=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ <p>세 수의 최대공약수 : $2 \times 2 \times 2=8$</p> <p>세 수의 최소공배수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3=96$</p>	<p>방법2</p> $\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 24 \quad 32} \\ \underline{2 \quad 8 \quad 12 \quad 16} \\ 2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 4} \end{array}$ <p>세 수의 최대공약수 : $2 \times 2 \times 2=8$</p> <p>세 수의 최소공배수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 4=192$</p>
--	--

S 세 수의 최소공배수는 (방법1)의 96이 맞다. 왜냐하면 96도 192도 세 수의 공배수이므로 최소공배수는 당연히 96이다.
 (방법2)는 다음과 같이 세 수의 공약수로 나누다가 세 수 중 두 수의 공약수가 있어도 다시 한 번 나누어서 세 수의 최소공배수를 구해야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 24 \quad 32} \\ \underline{2 \quad 8 \quad 12 \quad 16} \\ 2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 4} \\ 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

세 수의 최대공약수 : $2 \times 2 \times 2=8$

세 수의 최소공배수 :
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2=96$



최대공약수와 최소공배수를 왜 배우는지 분수의 약분과 통분으로 예를 들어 설명하시오.

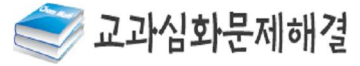
1 최대공약수를 배우는 이유

S $\frac{24 \div 2}{32 \div 2} = \frac{12}{16}$, $\frac{24 \div 4}{32 \div 4} = \frac{6}{8}$, $\frac{24 \div 8}{32 \div 8} = \frac{3}{4}$ 과 같이 분모와 분자를 그들의 공약수로 나누는 것을 약분이라고 한다. 그런데 24와 32의 최대공약수 8로 나눈 $\frac{3}{4}$ 은 더 이상 약분할 필요가 없지만 공약수로 나눈 $\frac{12}{16}$ 나 $\frac{6}{8}$ 은 $\frac{12 \div 4}{16 \div 4} = \frac{3}{4}$, $\frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$ 과 같이 또다시 약분을 해야 한다. 즉, 어떤 분수를 약분해서 기약분수로 나타낼 때 분모와 분자의 최대공약수로 나누는 것이 가장 간단하기 때문에 최대공약수를 배운다.

2 최소공배수를 배우는 이유

S $(\frac{5}{6} - \frac{1}{4})$ 에서 $(\frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}, \frac{1 \times 6}{4 \times 6} = \frac{6}{24})$ 과 같이 두 분수의 분모를 같게 하는 것을 통분이라고 한다. 그런데 4와 6의 공배수인 24로 통분을 해도 되지만 통분한 분수를 다시 약분해야 한다. (예) $\frac{20}{24} - \frac{6}{24} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$ 하지만 4와 6의 최소공배수 12로 통분을 하면 $(\frac{5}{6} = \frac{10}{12}, \frac{1}{4} = \frac{3}{12})$ 수가 간단하여 사용하기 쉽고 다시 약분할 필요도 없다. (예) $\frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

5 배수와 약수 심화 문제



심화1

가로 10cm, 세로 14cm인 직사각형의 색종이를 같은 방향으로 빈틈 없이 늘어놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 합니다. 색종이는 최소한 몇 장이 필요합니까?

$$\textcircled{S} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 10 \ 14} \\ \underline{5 \ 7} \\ 0 \end{array}$$

$2 \times 5 \times 7 = 70$ 으로부터 10과 14의 최소공배수는 70이다.
 즉, 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 70cm이므로
 $70 \div 10 = 7$, $70 \div 14 = 5$
 으로부터 가로로 7장, 세로로 5장 즉, $7 \times 5 = 35$ (장)이 필요하다.

\textcircled{A} 35장

심화2

1부터 6까지의 수가 써 있는 주사위를 3번 던져서 나올 수 있는 숫자로 세 자리 수를 만들었을 때, 4와 6의 배수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수를 구하시오.

\textcircled{T} 어떤 수가 4와 6의 배수가 되려면 4와 6의 최소공배수인 12의 배수가 되면 된다.

\textcircled{S} 4와 6의 배수는 12의 배수이고, 주사위를 3번 던져 만들 수 있는 가장 큰 세 자리 수는 666이고 가장 작은 세 자리 수는 111인데 이 두 수들은 12의 배수가 아니다.

666보다 작은 12의 배수는 660이지만 주사위에 0이 없으므로 안 되고 648도 8이 없어서 안 되므로 636이 가장 큰 수이다.

마찬가지로 111보다 큰 12의 배수 120은 주사위 숫자로 만들 수 없으므로 132가 4와 6의 배수가 되는 가장 작은 세 자리 수이다.

\textcircled{A} 가장 큰 수 636, 가장 작은 수 132

심화3

두 수 ㉠과 ㉡가 다음과 같을 때 물음에 답하십시오.

$$\textcircled{\text{가}} = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$\textcircled{\text{나}} = 2 \times 2 \times 5$$

1 ㉠과 ㉡의 최대공약수는 얼마입니까?

㉠과 ㉡의 최대공약수는 $2 \times 2 = 4$

4

2 ㉠과 ㉡의 최소공배수는 얼마입니까?

㉠= $2 \times 2 \times 3 \times 7$, ㉡= $2 \times 2 \times 5$ 이므로

㉠과 ㉡의 최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 5 = 420$

420

3 위의 두 수 ㉠, ㉡와 또 다른 수 ㉢가 있습니다. 세 수 ㉠, ㉡, ㉢의 최소공배수가 420일 때, ㉢가 될 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수와 가장 작은 세 자리 자연수 그리고 가장 큰 세 자리 자연수를 구하십시오.

(1) 가장 작은 두 자리 자연수

㉠= $2 \times 2 \times 3 \times 7$, ㉡= $2 \times 2 \times 5$ 이므로

㉠과 ㉡의 최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 5 = 420$

그렇다면 ㉢는 2, 2, 3, 5, 7 중에서 적당한 수를 곱하여 만들 수 있는 수 중 가장 작은 두 자리 자연수를 구하면 된다. 즉, $2 \times 5 = 10$ 이다.

10

(2) 가장 작은 세 자리 자연수

2, 2, 3, 5, 7 중에서 적당한 수를 곱하여 만들 수 있는 가장 작은 세 자리 수는 $3 \times 5 \times 7 = 105$ 이다.

105

(3) 가장 큰 세 자리 자연수

㉠과 ㉡의 최소공배수, 420이 ㉠, ㉡, ㉢ 세 수일 때도 최소공배수가 되므로 이때 ㉢가 될 수 있는 가장 큰 세 자리 자연수는 ㉠, ㉡, ㉢의 최소공배수 420이다.

420

심화4

창수가 산 동화책을 하루에 5쪽씩 읽으면 4쪽이 남고, 7쪽씩 읽으면 5쪽이 남으며, 9쪽씩 읽으면 6쪽이 남는다고 합니다. 창수가 산 동화책의 전체 쪽수가 200쪽이 안 된다고 할 때, 이 책의 전체 쪽수를 구하십시오.

T 5로 나누면 4가 남고, 7로 나누면 5가 남는 200보다 작은 수를 구한 다음에 그 중에서 9로 나누어 6이 남는 수를 구하도록 한다.

S 5의 배수에서 일의 자리 숫자는 0 또는 5이므로 5로 나누어 4가 남는 수의 일의 자리 숫자는 4 또는 9이다. 그리고 일의 자리 숫자가 4 또는 9인 수 중에서 7로 나누어 5가 남는 가장 작은 수는 190이다. 여기서 5와 7의 최소공배수가 35이므로 19에 35씩을 더한 수들도 5로 나누면 4가 남고, 7로 나누면 5가 남는다.

그리고 19, 54, 89, 124, 159, 194 중에서 9로 나누면 6이 남는 수는 159이다. 따라서 창수가 산 책은 159쪽이다.

A 159쪽

심화5

1부터 200까지의 수가 적힌 카드가 200장 있습니다. 이 카드 중에서 첫 번째 사람이 2의 배수를, 두 번째 사람이 3의 배수를, 세 번째 사람이 5의 배수를 모두 뽑았습니다. 그리고 마지막 사람이 남은 카드 중에서 7의 배수가 적힌 카드를 모두 뽑았다면, 마지막 사람이 뽑은 카드는 몇 장입니까?

T 200장 중에서 2의 배수를 지우고, 남은 카드 중에 3의 배수와 5의 배수를 지운 다음에 남은 카드 중에서 7의 배수를 뽑는 방법과 아래의 풀이처럼 거꾸로 생각해서 해결하는 방법을 비교해 보도록 한다.

S 거꾸로 생각하여 7의 배수를 모두 쓴 다음에 5, 3, 2의 배수를 차례대로 지워 나가면 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119, 126, 133, 140, 147, 154, 161, 168, 175, 182, 189, 196 중에서 7, 49, 77, 91, 119, 133, 161로 7장이 남는다.

A 7장



온라인 과제학습 다음 문제를 홈페이지에서 완성하고 해결하시오.



두 수 ㉠, ㉡가 다음과 같고 세 수 ㉠, ㉡, ㉢의 최소공배수가 420 일 때, ㉢가 될 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수와 가장 작은 세 자리 자연수 그리고 가장 큰 세 자리 자연수를 구하시오.

$$\textcircled{\text{가}} = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$\textcircled{\text{나}} = 2 \times 2 \times 5$$

1 가장 작은 두 자리 자연수

S ㉠= $2 \times 2 \times 3 \times 7$, ㉡= $2 \times 2 \times 5$ 이므로

㉠과 ㉡의 최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 5 = 420$

그렇다면 ㉢는 2, 2, 3, 5, 7 중에서 적당한 수를 곱하여 만들 수 있는 수 중 가장 작은 두 자리 자연수를 구하면 된다. 즉, $2 \times 5 = 10$ 이다.

A 10

2 가장 작은 세 자리 자연수

S 2, 2, 3, 5, 7 중에서 적당한 수를 곱하여 만들 수 있는 가장 작은 세 자리 수는 $3 \times 5 \times 7 = 105$ 이다.

A 105

3 가장 큰 세 자리 자연수

S ㉠과 ㉡의 최소공배수, 420이 ㉠, ㉡, ㉢ 세 수일 때도 최소공배수가 되므로 이때 ㉢가 될 수 있는 가장 큰 세 자리 자연수는 ㉠, ㉡, ㉢의 최소공배수 420이다.

A 420

위의 문제를 가족이나 친구와 함께 풀어 보시오.



풀이생각쓰기 온라인학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀

이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.



최대공약수와 최소공배수를 왜 배우는지 분수의 약분과 통분으로 예를 들어 설명하시오.

1 최대공약수를 배우는 이유



$\frac{24 \div 2}{32 \div 2} = \frac{12}{16}$, $\frac{24 \div 4}{32 \div 4} = \frac{6}{8}$, $\frac{24 \div 8}{32 \div 8} = \frac{3}{4}$ 과 같이 분모와 분자를 그들의 공약수로 나누는 것을 약분이라고 한다. 그런데 24와 32의 최대공약수 8로 나눈 $\frac{3}{4}$ 은 더 이상 약분할 수 없지만 공약수로 나눈 $\frac{12}{16}$ 나 $\frac{6}{8}$ 은 $\frac{12 \div 4}{16 \div 4} = \frac{3}{4}$, $\frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$ 과 같이 또다시 약분을 해야 한다. 즉, 어떤 분수를 약분해서 기약분수로 나타낼 때 분모와 분자의 최대공약수로 나누는 것이 가장 간단하기 때문에 최대공약수를 배운다.

2 최소공배수를 배우는 이유



$(\frac{5}{6} - \frac{1}{4})$ 에서 $(\frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}, \frac{1 \times 6}{4 \times 6} = \frac{6}{24})$ 과 같이 두 분수의 분모를 같게 하는 것을 통분이라고 한다. 그런데 4와 6의 공배수인 24로 통분을 해도 되지만 통분한 분수를 다시 약분해야 한다. (예) $\frac{20}{24} - \frac{6}{24} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$ 하지만 4와 6의 최소공배수 12로 통분을 하면 $(\frac{5}{6} = \frac{10}{12}, \frac{1}{4} = \frac{3}{12})$ 수가 간단하여 사용하기 쉽고 다시 약분할 필요도 없다. (예) $\frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$



스스로 온라인 학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 중에서 한 가지를 정하여 스스로 정리해 봅시다. 내가 쓴 글을 홈페이지의 '스스로 학습'에 올려 보고, 친구들의 글다음비교하여 봅시다.

- | | |
|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기 | <input type="checkbox"/> 수학 일기 쓰기 |
| <input type="checkbox"/> 수학 동시 쓰기 | <input type="checkbox"/> 수학 만화 그리기 |
| | <input type="checkbox"/> 수학 마인드 맵 그리기 |

