진짜 수학 공부와 창의 서술·논술형평가, 심화수준 평가를 위한
초등학교 6학년 1학기 1단원 ChamMath 수학교과서

쉽고 재미있게
생각하는 힘을 길러주는

교과 창의융합수학 F1

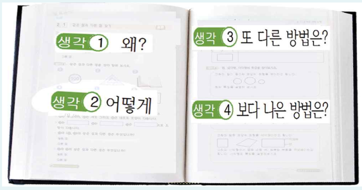
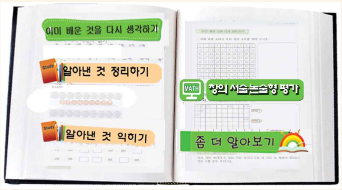
교사용 지도서

ChamMath
기본을 생각하라 스스로 알아내라

한 기 완

ChamMath 창의수학교육연구소

이 책은 가짜 수학이 아니라 진짜 수학(ChamMath) 공부를 위해서 만들었습니다. '이렇게 풀어, 이게 요점이야' 라고 누군가의 풀이나 설명을 듣고 지식을 습득하는 수학 공부가 아니라 이미 알고 있는(배운) 것을 바탕으로 스스로 생각해서 새로운 것을 알아내는 진짜 수학 공부를 할 수 있도록 하기 위해서 수학 교과서의 2개 단원을 한 권으로 하여 다음과 같이 구성하였습니다.

 생각 ① 왜? 생각 ② 어떻게 생각 ③ 또 다른 방법은? 생각 ④ 보다 나은 방법은?	한 단원의 핵심 내용들을 재구성하여 왜 배워야 하는지, 어떻게 알아내어야 하는지, 보다 나은 방법은 없는지를 생각하고, 생각하고, 또 생각하는 진짜 수학 공부를 합니다.
 이미 배운 것을 다시 생각하기 알아낸 것 정리하기 알아낸 것 익히기 창의 서술·논술형 평가 좀 더 알아보기	스스로 생각해서 새로운 것을 알아내는데 필요한 이미 배운 내용을 다시 생각하거나 알아낸 것을 정리하고 익히며, 서술, 논술형 평가 및 좀 더 알아보기로 심화 학습을 합니다.
 풀이생각쓰기 온라인학습 스스로 온라인 학습 수학적 의사소통 및 최종 확인 학습	배운 것 중 핵심 내용에 대한 분명한 이해를 위하여 창의 서술•논술형 평가 문제의 풀이 생각을 집에서 다시 한번 정리해 보고 다른 사람에게 설명해 봅니다.
단원 기본평가	한 단원의 차시별 핵심 내용에 대한 기본 평가 문항을 해결하고, 각 내용별로 성취 정도를 확인합니다.
단원  창의 서술 논술형 평가 심화 수준 평가	생각하는 힘을 측정하는 단원별 창의 서술•논술형 평가와 교과서보다 어려운 심화 수준 평가 문항을 해결합니다.
교구 창의 탐구 수학	교구를 활용해서 단순 놀이 수준이 아니라 수학적인 방법으로 흥미를 유발하고 추론과 창의융합 역량을 기릅니다.
 한박사의 스토리텔링	한박사의 스토리텔링을 읽고 해당 단원과 관련된 수학 공부를 왜 해야 하는지, 어떻게 해야 하는지를 생각해봅니다.

궁금한 것은 스마트폰으로 즉시 알아볼 수 있는 세상이 되어서 머릿속에다 지식을 잔뜩 쌓아둘 필요가 없기 때문에 이제까지는 '아는 게 힘' 이었지만 앞으로는 '생각하는 게 힘' 입니다. 그래서 이제까지의 시험에서는 '얼마나 알고 있나?' 를 측정했었지만 앞으로의 창의 서술·논술형 평가는 '생각하는 힘(창의력)' 을 평가합니다. 그러니 이 책으로 쉽고 재미있게 생각하는 힘을 기르는 진짜 수학(ChamMath) 공부를 하기 바랍니다.

수학교육학 박사 한 기 완

교과 창의융합수학

F1

6학년 1학기 1,2단원

차례

1 분수의 나눗셈

2 각기둥과 각뿔

1-1 (자연수)÷(자연수) 알아보기

생각 1 다음 나눗셈을 비교해 봅시다.

① $6 \div 3$　　② $9 \div 4$　　③ $1 \div 3$

비교 1 ①, ②는 이미 배운 나눗셈이고 ③은 처음 보는 나눗셈이다. 즉, ① $6 \div 3$은 몫이 2로 나누어떨어지고, ② $9 \div 4$는 몫은 2이고 나머지는 1인데 ③의 몫은 자연수가 아니다.

비교 2 ①은 몫이 자연수로 나누어떨어지는데, ②, ③은 몫이 자연수로 나누어떨어지지 않는다.

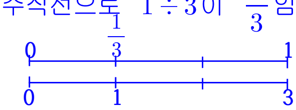
비교 3 ①, ②는 나누어지는 수가 나누는 수보다 큰데, ③은 나누어지는 수가 나누는 수보다 작다.

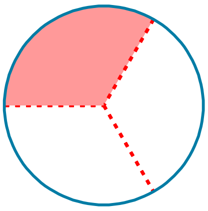
생각 2 $1 \div 3$을 여러 가지 방법으로 알아봅시다.

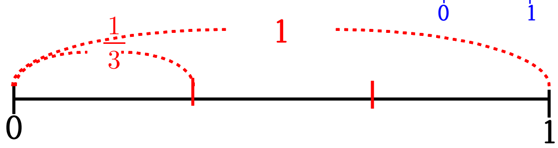
Tip 자연수 나눗셈의 여러 가지 방법(6쪽 이미 배운 것 다시 생각하기 참고)에서 추론(유추적인 생각으로)하여 $1 \div 3$을 여러 가지 방법으로 알아보도록 한다.

방법 1 (그림이나 수직선으로)

Tip 다음과 같은 이중수직선으로 $1 \div 3$이 $\frac{1}{3}$임을 알 수 있다.







Tip 위와 같이 그림이나 수직선으로 나타내면 $\frac{1}{3}$이다. 이 경우는 몫을 분수로 나타낼 수밖에 없다. 그러니까 교과서에서처럼 '(자연수)÷(자연수)의 몫을 분수로 나타내 볼까요?'라고 먼저 제시할 것이 아니라 몫을 분수로 나타낼 수밖에 없음을 아동 스스로 발견하도록 한다.

방법 2 (곱셈을 생각해서) 3 에 $\frac{1}{3}$을 곱하면 1 이므로 $1 \div 3 = \frac{1}{3}$

Tip $6 \div 2$는 $2 \times 3 = 6$을 생각해서 몫이 3이라고 한 것처럼 $1 \div 3$도 3에다 얼마를 곱하면 1이 되는가를 생각해 보도록 한다. 3에다 $\frac{1}{3}$을 곱하면 1이 된다는 것으로부터 $1 \div 3$은 $\frac{1}{3}$임을 알 수 있다. 마찬가지로 $1 \div 4$는 $\frac{1}{4}$, $1 \div 5$는 $\frac{1}{5}$이므로 1÷(자연수)는 $\frac{1}{(\text{자연수})}$이라고 생각할 수도 있다.

방법 3 (가장 쉬운 나눗셈 ★÷1로 고쳐서)

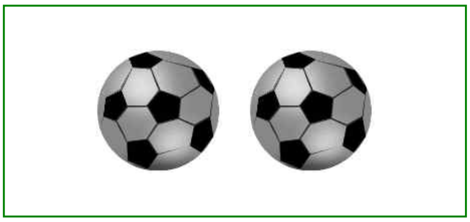
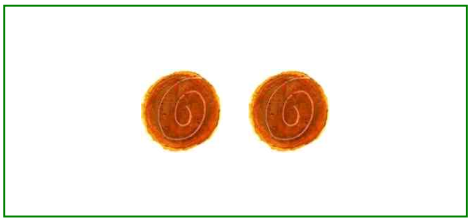
$$1 \div 3 = (1 \times \frac{1}{3}) \div (3 \times \frac{1}{3}) = (1 \times \frac{1}{3}) \div 1 = 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Tip 나눗셈 중에서 ★÷1 이 가장 쉽다. 그렇다면 $1 \div 3$도 ★÷1로 고치면 계산은 간단하다. $6 \div 2$는 3인데 6과 2에 각각 같은 수를 곱한 $60 \div 20$도 3이다. 또 이미 배운 분수의 곱셈으로부터 3에다 $\frac{1}{3}$을 곱하면 1이 된다는 것도 알고 있다. 즉 $1 \div 3$에서 1과 3에 각각 $\frac{1}{3}$을 곱하면 가장 쉬운 ★÷1이 되고 결국 $1 \div 3$은 이미 알고 있는 분수의 곱셈 $1 \times \frac{1}{3}$을 하는 것과 같다.

- $1 \div 3$의 몫은 얼마입니까? 또 1÷(자연수)의 몫은 어떻게 나타낼 수 있습니까?

$1 \div 3$의 몫은 $\frac{1}{3}$이다. $1 \div 3 = \frac{1}{3}$, $1 \div 4 = \frac{1}{4}$, $1 \div 5 = \frac{1}{5}$, …과 같이 1÷(자연수)의 몫은 분수로 나타낼 수 있다.

생각 3 축구공 2개를 3명이 똑같이 나누어 가지려고 합니다. 또 빵 2개를 3명이 똑같이 나누어 먹으려고 합니다. 물음에 답하시오.

- 축구공 2개를 3명이 똑같이 나누어 가질 수 있습니까?

  가질 수 없다. 축구공, 가위, 자전거 등의 물건은 낱개를 부분으로 나눌 수 없으므로 2개를 3명이 똑같이 나누어 가질 수 없다.

- 빵 2개를 3명이 똑같이 나누어 먹을 수 있습니까?

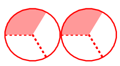
  먹을 수 있다. 빵, 피자, 색 테이프 등은 부분으로 나눌 수 있으므로 빵 2개를 3명이 똑같이 나누어 먹을 수 있다. Tip 물이나 음료수 2병도 3컵에 똑같이 나눌 수 있다.

- 빵 2개를 3명이 똑같이 나누어 먹을 때 한 명이 먹을 수 있는 빵의 양은 식 $2\div3$으로 구해도 됩니까? 왜 그렇게 생각하였습니까?

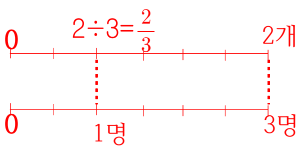
  $2\div3$으로 구해도 된다. 왜냐하면 빵 6개를 3명이 나누는 경우 $6\div3=2$로부터 구해도 되는 것처럼 2개를 3명이 똑같이 나누는 경우도 $2\div3$으로 구한다.

- $2\div3$을 여러 가지 방법으로 알아보시오. Tip 앞의 $1\div3$으로부터 추론하도록 한다.

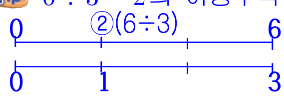
방법 1 그림이나 이중수직선으로



$\frac{1}{3}$이 2 이므로 $2\div3=\frac{2}{3}$



Tip $6\div3=2$의 이중수직선



방법 2 3에다 $\frac{2}{3}$를 곱하면 2가 되므로 $2\div3=\frac{2}{3}$

Tip $6\div3$에서 3에다 2를 곱하면 6이 되므로 $6\div3=2$인 것처럼 $2\div3$을 하도록 한다.

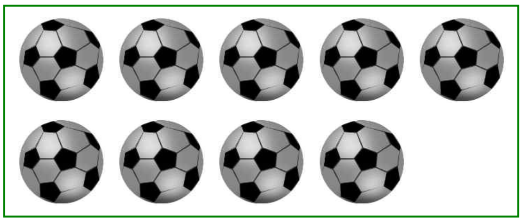
방법 3 $2\div3=(2\times\frac{1}{3})\div(3\times\frac{1}{3})=2\times\frac{1}{3}\div1=2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

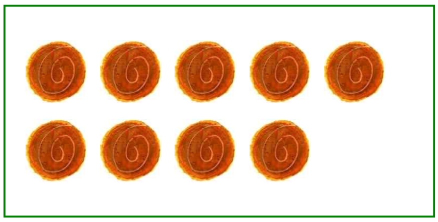
Tip 교과서에서는 방법1의 그림만 제시되어 있지만 분수의 나눗셈은 최종적으로 분수의 곱셈으로 고쳐서 하는 것으로 일반화해야 하므로 ★$\div1$을 이용한 방법3을 반드시 다룬다. 어느 방법이 더 좋은지 비교해보도록 한다. $2\div3$은 어느 방법이 더 좋은지 비교하기는 곤란하나 모든 경우의 몫은 분수로 나타내어진다.

- (자연수)$\div$(자연수)의 몫은 어떻게 나타낼 수 있습니까?

  $1\div3=\frac{1}{3}$, $2\div3=\frac{2}{3}$와 같이 (자연수)$\div$(자연수)의 몫은 나누어지는 수를 분자, 나누는 수를 분모로 하는 분수로 나타낼 수 있다.

생각 4 축구공 9개를 4명이 똑같이 나누어 가지려고 합니다. 또 빵 9개를 4명이 똑같이 나누어 가지려고 합니다. 물음에 답하시오.





- 축구공 9개를 4명이 똑같이 나누어 가질 수 있습니까?

$9 \div 4 = 2 \cdots 1$ 이므로 9개 모두를 4명이 똑같이 나누어 가질 수 없다.

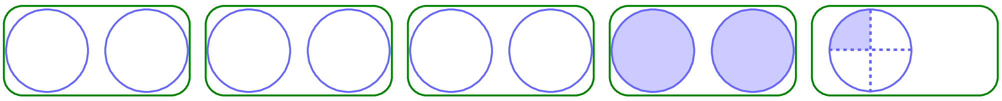
- $9 \div 4$의 몫은 2이고 나머지는 1입니다. 그런데 빵 9개를 4명이 똑같이 나누어 가지려면 $9 \div 4$를 어떻게 계산해야 합니까?

$1 \div 3 = \frac{1}{3}$, $2 \div 3 = \frac{2}{3}$와 같이 $9 \div 4$도 나머지 없이 몫으로만 나타내어야 한다.

Tip 나머지 없이 몫으로만 나타내려면 $9 \div 4$의 몫을 분수 또는 소수로 나타낼 수밖에 없다.

- 다음 그림은 $9 \div 4$의 몫을 어떻게 구한 것인지 설명하시오.

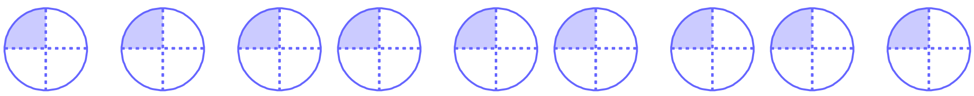
방법 1



$9 \div 4 = 2 \cdots 1$ 로부터 9개 중 8개를 2개씩 4명에게 주고, 나머지 1개를 4등분하여 $\frac{1}{4}$씩 주어서 한 명에게 $2\frac{1}{4}$씩 준 것이다. 즉, 위의 그림으로부터 $9 \div 4 = 2\frac{1}{4}$이다.

- 다음 그림은 $9 \div 4$의 몫을 어떻게 구한 것인지 설명하시오.

방법 2



9개를 4명에게 똑같이 나누어 주기 위해서 9개의 빵을 각각 4등분하여 $\frac{1}{4}$씩 주어서 한 명에게 $\frac{9}{4}$를 준 것이다. 즉, 위의 그림으로부터 $9 \div 4 = \frac{9}{4}$이다.

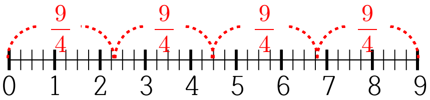
- 위의 그림으로부터 $9 \div 4$을 곱셈으로 나타내어 보시오. 또, (자연수)$\div$(자연수)의 몫을 분수로 나타내는 방법을 말해보시오.

색칠한 부분은 9의 $\frac{1}{4}$이므로 $9 \div 4 = 9 \times \frac{1}{4}$과 같이 곱셈으로 나타낼 수 있다. 또 $9 \div 4 = \frac{9}{4}$이므로 (자연수) $\div$ (자연수)의 몫은 나누어지는 수를 분자, 나누는 수를 분모로 하는 분수로 나타낼 수 있다.

- 또 다른 방법으로 $9\div4$를 알아보시오

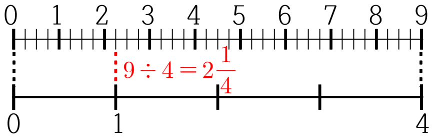
Tip 축구공, 가위, 핸드폰, 인형과 같은 물건들을 $9\div4=2\ \cdots1$ 로부터 4명에게 2개씩 주고 1개가 남는다. 즉, 9개 모두를 4명에게 똑같이 나누어 줄 수 없다. 하지만 빵, 색 테이프, 물과 같은 것은 부분으로 나눌 수 있으므로 $9\div4$를 나머지 없이 몫으로만 나타내어 4명에게 똑같이 나누어 줄 수 있다.

방법 3



1을 4등분하면 9는 36칸이고, $36\div4=9$ 로부터 9칸씩 똑같이 나누어지므로 $9\div4=\frac{9}{4}(2\frac{1}{4})$가 된다.

방법 4



Tip 이중수직선에서 $9\div4$는 4일 때 9이면 1일 때 얼마인가를 알아보는 것이다. 잘 모르면 3쪽 $6\div3$과 같은 이중수직선으로 이해하도록 한다.

방법 5 4에다 $\frac{9}{4}$을 곱하면 9이므로 $9\div4\ =\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$

Tip $6\div2$는 곱셈 $2\times3=6$을 생각해서 몫을 구하는 것처럼 이미 배운 나눗셈 방법으로 추론하도록 한다.

방법 6 $9\div4=(9\times\frac{1}{4})\div(4\times\frac{1}{4})=(9\times\frac{1}{4})\div1=9\times\frac{1}{4}=\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$

Tip 가장 쉬운 나눗셈 $★\div1$을 생각하고 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고치는 이 방법은 2학기에 (분수)÷(분수)를 분수의 곱셈으로 고치는 과정에서 학생들이 의미 있게 활용하게 되므로 반드시 다룬다.

방법 7 앞에서 $1\div3=\frac{1}{3}$, $2\div3=\frac{2}{3}$라고 했으므로 $9\div4=\frac{9}{4}$이다.

Tip '1÷(자연수)의 몫은 $\frac{1}{(\text{자연수})}$, (자연수)÷(자연수)의 몫은 $\frac{(\text{자연수})}{(\text{자연수})}$로 따로따로 생각해야 하나?'와 같은 발문으로 위와 같이 통합(융합, 일반화)하도록 한다. 현행 교과서와 지도서에서는 각각의 방법으로 일반화 한다고 하는데 그것은 일반화가 아니라 분절적인 방법으로 창의융합 역량과는 역행하는 전개 방식이다.

- 위의 여러 가지 방법을 비교하면서 자신의 생각을 말해 보시오.

Tip '그림으로 나타내면 쉽게 몫을 구할 수 있지만 나눗셈을 할 때마다 그림을 그리는 것은 귀찮으므로 가장 편한 방법은 아니다.'와 같은 반응이 없으면 '$17\div294$를 그림으로 하려면?'과 같이 큰 수를 예를 들어 반응을 유도한다.

Tip '나눗셈을 할 때는 항상 곱셈을 이용하는 것처럼 $9\div4$도 곱셈을 생각해서 몫을 구할 수 있다.' 와 같은 반응이 없으면 '$10\div2$의 몫 5는 무엇($2\times5=10$)을 생각해서 구했나?'로 도움을 준다.

Tip 나눗셈 중에 가장 쉬운 (어떤 수)÷1의 몫은 (어떤 수)이므로 $9\div4$에서 9와 4에 각각 $\frac{1}{4}$을 곱하면 가장 쉬운 $★\div1$이 되고 결국 $9\div4$는 이미 알고 있는 분수의 곱셈 $9\times\frac{1}{4}$을 하는 것과 같다. 하지만 위의 여러 가지 방법 중 어느 방법이 더 편한지는 아직 모르겠다.

Tip 국정 수학 교과서의 교사용지도서에서는 창의융합을 수학과 실생활과의 관련성(수학 외적 연결)으로 강조하고 있는데 무슨 의미인지 모르겠다. 이미 알고 있는 수학(자연수 나눗셈, 분수, 분수의 곱셈 등)을 새롭게 알고자 하는 수학(분수의 나눗셈)과 연결하는 경험(수학 내적 연결)으로부터 창의융합 역량이라는 것을 길러주기 위해서 위와 같이 여러 가지 방법을 알아볼 필요가 있으며, 후속 분수 나눗셈과도 연결할 수 있다.

이미 배운 것을 다시 생각하기

- $6 \div 2$가 얼마인지 알아보는 여러 가지 방법

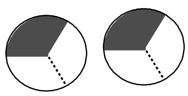
방법 1 구체물이나 그림으로 (●●), (●●), (●●) 3묶음이므로 $6 \div 2 = 3$이다.
방법 2 구체물이나 그림으로 (●●●), (●●●) 2등분하면 3이므로 $6 \div 2 = 3$이다.
방법 3 뺄셈으로 $6-2-2-2=0$, 6에서 2를 3번 빼면 0이므로 $6 \div 2 = 3$이다.
방법 4 뛰어 세기로 $2-4-6$ 2씩 3번 뛰어 세면 6이므로 $6 \div 2 = 3$이다.
방법 5 곱셈으로 $2 \times 3 = 6$ 또는 $3 \times 2 = 6$이므로 $6 \div 2 = 3$이다.

- $18 \div 3$과 같은 나눗셈의 몫을 여러 가지 방법으로 알아 볼 경우 구체물 또는 그림이나 뺄셈 또는 뛰어 세기로 알아볼 수 있지만 수가 커서 여러 번 묶거나 빼어야 하므로 시간도 많이 걸리고 귀찮다. '$3 \times 6 = 18$이므로 $18 \div 3 = 6$이다'와 같이 이미 알고 있는 곱셈을 생각해서 나눗셈을 하는 것이 가장 좋다.

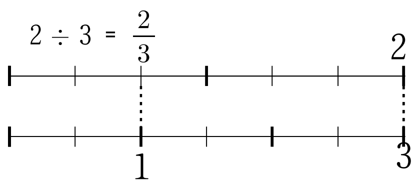
알아낸 것 정리하기

- $2 \div 3$과 같은 (자연수)÷(자연수)를 알아보는 여러 가지 방법

방법 1 그림이나 이중수직선으로



$\frac{1}{3}$이 2이므로
$2 \div 3 = \frac{2}{3}$



방법 2 $6 \div 3$은 곱셈 $3 \times 2 = 6$을 생각해서 $6 \div 3 = 2$인 것처럼 $3 \times \frac{2}{3} = 2$이므로 $2 \div 3 = \frac{2}{3}$이다.

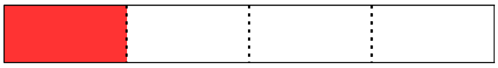
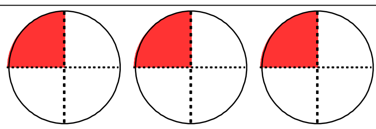
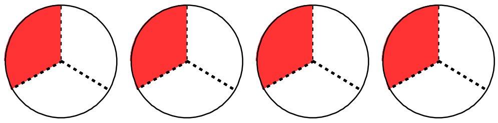
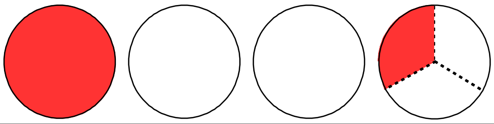
방법 3 $2 \div 3$을 가장 쉬운 나눗셈 ★$\div 1$로 고쳐보면 이미 알고 있는 분수의 곱셈이 된다.

$$2 \div 3 = \left(2 \times \frac{1}{3}\right) \div \left(3 \times \frac{1}{3}\right) = \left(2 \times \frac{1}{3}\right) \div 1 = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

- 빵 9개를 4명이 똑같이 나누어 먹으려면 $9 \div 4$를 나머지 없이 몫으로만 나타내어야 하므로 몫을 분수로 나타낼 수밖에 없습니다. 그리고 $9 \div 4 = \frac{9}{4}$라는 것을 위의 3가지 방법 등 여러 가지 방법으로 알아볼 수 있습니다.

알아낸 것 익히기

- (자연수) ÷ (자연수)를 그림으로 나타내고, 몫을 구해보시오.

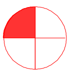
$1 \div 5$		$1 \div 5 = \frac{1}{5}$
$3 \div 4$		$3 \div 4 = \frac{3}{4}$
$4 \div 3$		$4 \div 3 = \frac{4}{3}$
$4 \div 3$		$4 \div 3 = 1\frac{1}{3}$

- 나눗셈의 몫을 분수로 나타내어 보시오.

$1 \div 7 = \frac{1}{7}$ $4 \div 5 = \frac{4}{5}$ $10 \div 3 = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$ $11 \div 4 = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$

MATH 창의 서술·논술형 평가

- $1 \div 4$를 여러 가지 방법으로 알아보시오.

방법 1  $1 \div 4 = \frac{1}{4}$

방법 2 4에다 $\frac{1}{4}$을 곱하면 1이 되므로 $1 \div 4 = \frac{1}{4}$

방법 3 $1 \div 4 = (1 \times \frac{1}{4}) \div (4 \times \frac{1}{4}) = (1 \times \frac{1}{4}) \div 1 = 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

좀 더 알아보기

주말농장으로 14㎡의 땅을 3등분한 것과 17㎡의 땅을 4등분한 것 중 하나를 선택하려고 합니다. 어느 땅을 선택하는 것이 더 넓습니까?

$14 \div 3 = \frac{14}{3}$, $17 \div 4 = \frac{17}{4}$, $\frac{14}{3} = \frac{56}{12}$, $\frac{17}{4} = \frac{51}{12}$ 3등분한 땅이 더 넓다.

풀이생각쓰기 온라인학습

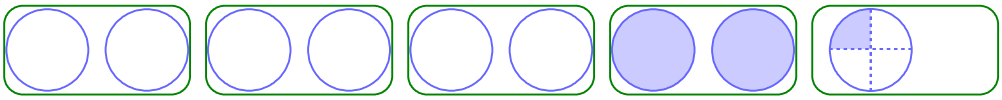
공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.

창의 서술·논술형 평가 611-1

빵 9개를 4명에게 똑같이 나누어 주는 경우의 $9 \div 4$의 몫을 여러 가지 방법으로 알아보시오.

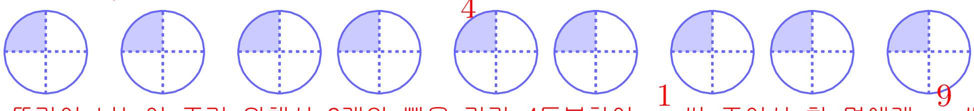
풀이생각

방법 1



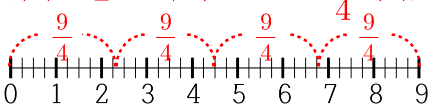
$9 \div 4 = 2 \cdots 1$ 로부터 9개중 8개를 2개씩 4명에게 주고, 나머지 1개를 4등분하여 $\frac{1}{4}$씩 주어서 한 명에게 $2\frac{1}{4}$씩 준 것이다. 즉, 위의 그림으로부터 $9 \div 4 = \frac{9}{4}$이다.

방법 2



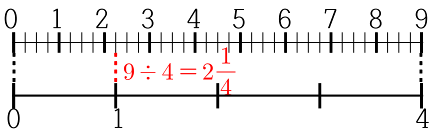
9개를 4명에게 똑같이 나누어 주기 위해서 9개의 빵을 각각 4등분하여 $\frac{1}{4}$씩 주어서 한 명에게 $\frac{9}{4}$씩 준 것이다. 즉, 위의 그림으로부터 $9 \div 4 = \frac{9}{4}$이다.

방법 3



1을 4등분하면 9는 36칸이고, $36 \div 4 = 9$로부터 9칸씩 똑같이 나누어지므로 $9 \div 4 = \frac{9}{4}(2\frac{1}{4})$가 된다.

방법 4



Tip 이중수직선에서 $9 \div 4$는 4일대 9이면 1일 때 얼마인가를 알아보는 것이다. 잘 모르면 3쪽 $6 \div 3$과 같은 이중수직선으로 이해하도록 한다.

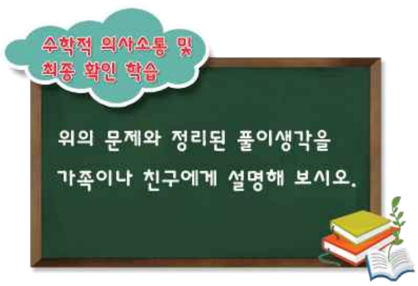
방법 5 4에다 $\frac{9}{4}$을 곱하면 9이므로 $9 \div 4 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

Tip $6 \div 2$는 곱셈 $2 \times 3 = 6$을 생각해서 몫을 구하는 것처럼 이미 배운 나눗셈 방법으로 추론하도록 한다.

방법 6 $9 \div 4 = (9 \times \frac{1}{4}) \div (4 \times \frac{1}{4}) = (9 \times \frac{1}{4}) \div 1 = 9 \times \frac{1}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

Tip 가장 쉬운 나눗셈 $★ \div 1$을 생각하고 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고치는 이 방법은 2학기에 (분수)÷(분수)를 분수의 곱셈으로 고치는 과정에서 학생들이 의미 있게 활용하게 되므로 반드시 다룬다.

방법 7 앞에서 $1 \div 3 = \frac{1}{3}$, $2 \div 3 = \frac{2}{3}$라고 했으므로 $9 \div 4 = \frac{9}{4}$이다.



스스로 온라인 학습

공부한 내용을 바탕으로 스스로 정리해 봅시다.

내가 쓴 글을 홈페이지 (창의수학교육연구소 또는 http://chammath.kr)의 '스스로 학습'에 올려 보고, 친구들의 글과 비교하여 봅시다.

내가 오늘 수학 공부에서 배운 것은

______________________________ 입니다.

그리고 오늘 수학 공부에서 새롭게 알게 된 것과 느낀 점은

____

______________________________ 입니다.

■ 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기 ■ 수학 일기 쓰기

■ 수학 동시 쓰기 ■ 수학 만화 그리기 ■ 수학 마인드 맵 그리기

1-2 (분수) ÷ (자연수) 알아보기

생각 1 다음 나눗셈을 비교하면서 몫을 알아보는 방법을 말해봅시다.

① $6 \div 2$　② $1 \div 3$　③ $9 \div 4$　④ $\frac{1}{4} \div 2$　⑤ $\frac{2}{3} \div 5$

비교1 ①,②,③은 앞에서 알아본 (자연수)÷(자연수)인데, ④,⑤는 (분수)÷(자연수)이다.

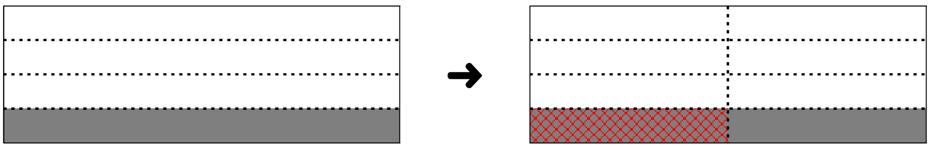
비교2 ①,②,③의 몫은 $6 \div 2 = \frac{6}{2} = 3$, $1 \div 3 = \frac{1}{3}$, $9 \div 4 = \frac{9}{4}$와 같이 몫을 분수로 구할 수 있는데 ④,⑤의 몫은 쉽게 구해지지 않는다.

비교3 ①,②,③을 알아본 것처럼 ④,⑤도 여러 가지 방법으로 알아볼 수 있을 것 같다.

생각 2 $\frac{1}{4} \div 2$ 를 여러 가지 방법으로 알아봅시다.

Tip 앞에서 $1 \div 3$, $9 \div 4$를 알아본 것처럼 여러 가지 방법으로 알아보도록 한다.

방법 1 (그림으로) 그림에서 $4 \div \frac{1}{2}$은 $\frac{1}{8}$이다.



Tip $\frac{1}{4}$을 2등분 한 빗금 친 부분은 $\frac{1}{4}$의 $\frac{1}{2}$이고, 이것은 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$과 같다. 즉, $\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$이다.

방법 2 (위의 그림에서 $\frac{1}{4}$은 $\frac{2}{8}$이므로 $\frac{1}{4} \div 2$를 $\frac{2}{8} \div 2$로 고쳐서)

$$\frac{1}{4} \div 2 = \frac{2}{8} \div 2 = \frac{\boxed{2} \div \boxed{2}}{8} = \boxed{\frac{1}{8}}$$

Tip 지도서에서는 $\frac{6}{8} \div 3 = \frac{6 \div 3}{8} = \frac{2}{8}$와 같이 일반화 하도록 하는데, $\frac{1}{4} \div 2$와 같이 분자가 자연수로 나누어지지 않는 경우는 크기가 같은 분수를 생각해야하는 번거로운 한 방법일 뿐이다. (분수)÷(자연수)는 $\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$과 같이 분수의 곱셈으로 고치는 것으로 일반화해야 (분수)÷(분수)와 융합할 수 있다.

방법 3 (곱셈을 생각해서) 2에다 $\frac{1}{8}$을 곱하면 $\frac{1}{4}$이므로 $\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{8}$이다.

Tip $6 \div 2$의 몫 3은 $2 \times 3 = 6$을 생각해서 쉽게 계산할 수 있지만 2에 얼마를 곱하면 $\frac{1}{4}$이 되는지를 생각하는 것은 쉽지 않다. 그래도 앞에서 했던 방법을 다시 생각해보는 과정에서 추론(유추)을 경험하도록 한다.

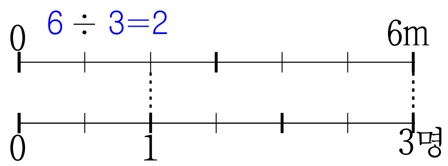
방법 4 (가장 쉬운 나눗셈 ★÷1을 생각하고 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고쳐서)

$$\frac{1}{4} \div 2 = \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\right) \div \left(2 \times \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\right) \div 1 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

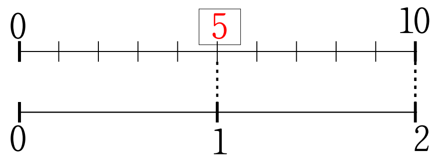
Tip 2에 $\frac{1}{2}$을 곱하면 1이 되므로 가장 쉬운 ★÷1이 되도록 $\frac{1}{4} \div 2$의 $\frac{1}{4}$과 2에 각각 $\frac{1}{2}$을 곱하면 $\frac{1}{4} \div 2$은 위와 같이 이미 알고 있는 분수의 곱셈 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$을 하는 것과 같다.

생각 3 이중수직선을 이용하여 나눗셈의 몫을 구해봅시다.

- 6m의 실을 3명에게 똑같이 나누어주려면 $6 \div 3 = 2$로부터 2m씩 나누어주면 되는데 다음과 같이 이중수직선을 이용하여 $6 \div 3$의 몫을 구할 수 있습니다. 같은 방법으로 $10 \div 2$의 몫을 구해보시오.



이중수직선에서 6m가 3명이면 1명 일 때는 2m이므로 $6 \div 3 = 2$가 됩니다. 또, 2m는 6m의 $\frac{1}{3}$이므로 $6 \div 3 = 6 \times \frac{1}{3} = 2$입니다.

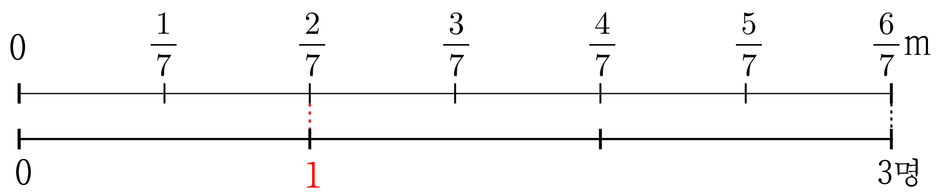


이중수직선에서 10일 때 2이면 $\boxed{5}$ 일 때 1이므로 $10 \div 2 = \boxed{5}$가 됩니다.

또, 5는 10의 $\boxed{\frac{1}{2}}$ 이므로

$10 \div 2 = 10 \times \boxed{\frac{1}{2}} = 5$입니다.

- $\frac{6}{7}$m의 실을 3명에게 똑같이 나누어 주려면 $\frac{6}{7} \div 3$을 하면 됩니다. 다음 이중수직선에서 $\frac{6}{7} \div 3$이 얼마인지 알아보시오.



$\frac{6}{7}$m일 때 3명이면 1명 일 때는 $\frac{2}{7}$m이므로 $\frac{6}{7} \div 3 = \frac{2}{7}$이다.

- $6 \div 3$을 이용하여 $\frac{6}{7} \div 3$을 나눗셈으로 계산하시오.

$\frac{6}{7} \div 3 = \frac{6 \div 3}{7} = \frac{2}{7}$

- $\frac{6}{7} \div 3$을 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고쳐서 계산하시오.

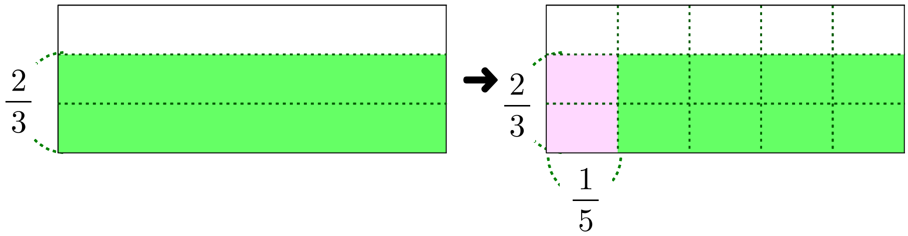
$\frac{6}{7} \div 3 = \frac{\cancel{6}^{2}}{7} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}} = \frac{2}{7}$

Tip 위의 이중수직선에서 $\frac{6}{7} \div 3$의 몫 $\frac{2}{7}$는 $\frac{6}{7}$의 $\frac{1}{3}$이므로 $\frac{6}{7} \times \frac{1}{3}$과 같이 계산해도 된다.
또, 이미 배운 $1 \div 3 = 1 \times \frac{1}{3}$ 또는 앞쪽의 방법4로부터 $\frac{6}{7} \div 3 = \frac{6}{7} \times \frac{1}{3}$로 고칠 수 있다.

생각 4 $\frac{2}{3}\div 5$를 여러 가지 방법으로 알아보고 어느 방법으로 하는 것이 가장 좋은지 알아봅시다.

방법 1 (그림으로) 그림에서 $\frac{2}{3}\div 5=\frac{2}{15}$이다.

Tip 오른쪽 그림처럼 $\frac{2}{3}\div 5$ 만큼 색칠하거나 빗금 치도록 한다.



Tip 그림에서 $\frac{2}{3}$를 5등분한 부분은 $\frac{2}{3}$의 $\frac{1}{5}$이고, 이것은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}$과 같다. 즉 $\frac{2}{3}\div 5=\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$이다.

방법 2 (위의 그림에서 $\frac{2}{3}$는 $\frac{10}{15}$이므로 $\frac{2}{3}\div 5$를 $\frac{10}{15}\div 5$로 고쳐서)

$$\frac{2}{3}\div 5=\frac{10}{15}\div 5=\frac{10\div 5}{15}=\frac{2}{15}$$

Tip (분수)÷(자연수)에서 분자가 자연수의 배수일 때에는 $\frac{6}{7}\div 3=\frac{6\div 3}{7}=\frac{2}{7}$와 같이 계산한다. 배수가 아닌 경우에도 $\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$과 같이 크기가 같은 분수 중에서 분자가 자연수의 배수인 수로 바꾸어 계산할 수 있다.

방법 3 (곱셈을 생각해서) 5에다 $\frac{2}{15}$를 곱하면 $\frac{2}{3}$이므로 $\frac{2}{3}\div 5=\frac{2}{15}$이다.

Tip 5에다 얼마를 곱해야 $\frac{2}{3}$가 되는지를 쉽게 알 수는 없지만, 앞에서 사용한 방법을 다시 생각(유추, 추론)해 본다는 것 자체가 역량 차원에서 의미가 있다.

방법 4 (가장 쉬운 나눗셈 ★÷1을 생각하고 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고쳐서)

$$\frac{2}{3}\div 5=(\frac{2}{3}\times\frac{1}{5})\div(5\times\frac{1}{5})=(\frac{2}{3}\times\frac{1}{5})\div 1=\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$$

Tip $\frac{2}{3}\div 5=(\frac{2}{3}\times 3)\div(5\times 3)=2\div 15=\frac{2}{15}$와 같이 이미 알고 있는 (자연수)÷(자연수)로 해결할 수도 있다.

- 위의 여러 가지 방법을 비교해서 $\frac{2}{3}\div 5$와 같은 (분수)÷(자연수)를 어느 방법으로 하는 것이 가장 좋은지 말해 보시오.

Tip 1÷3이나 9÷4을 그림으로 나타낸 것처럼 $\frac{2}{3}\div 5$도 그림으로 구할 수 있지만 나눗셈을 할 때마다 그림을 그리는 것은 귀찮으므로 가장 편한 방법은 아니다. 또 수가 커지면 그림을 그리는 것은 매우 귀찮다.

Tip $\frac{6}{7}\div 3=\frac{6\div 3}{7}=\frac{2}{7}$와 같이 하는 것은 $\frac{2}{3}\div 5=\frac{2\div 5}{3}$에서 분자가 나누어지지 않아서 $\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$과 같이 분자가 자연수의 배수인 크기가 같은 분수를 먼저 구해야 하므로 역시 귀찮다.

Tip 6÷2와 같은 자연수의 나눗셈은 곱셈 2×3=6을 생각해서 몫을 쉽게 구할 수 있다. 하지만 분수의 나눗셈 $\frac{2}{3}\div 5$에서는 5에다 얼마를 곱하면 $\frac{2}{3}$가 되는지 쉽지 않다.

Tip $\frac{2}{3}\div 5$를 가장 쉬운 ★÷1 로 고치기 위해서 $\frac{2}{3}$와 5에 각각 $\frac{1}{5}$을 곱하면 새롭게 알려고 하는 분수의 나눗셈을 이미 알고 있는 분수의 곱셈 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}$로 고쳐지므로 쉽게 할 수 있고 가장 편한 방법 같다.

생각 5 다음 나눗셈을 모두 같은 방법으로 알아볼 수 있는 방법을 생각해 봅시다.

① $6 \div 2$ ② $1 \div 3$ ③ $9 \div 4$ ④ $\frac{1}{4} \div 2$ ⑤ $\frac{2}{3} \div 5$

- 위의 나눗셈의 몫을 모두 그림을 그려서 알아보는 것은 어떻게 생각합니까?

Tip 그림으로 구할 수는 있지만 나눗셈을 할 때마다 그림을 그리는 것은 시간도 많이 걸리고 매우 귀찮다.

- 위의 나눗셈의 몫을 모두 $1 \div 3 = \frac{1}{3}$과 같이 알아보는 것은 어떻게 생각합니까?

Tip ①, ②, ③과 같은 (자연수)÷(자연수)는 쉽게 구할 수는 있지만 ④, ⑤와 같은 (분수)÷(자연수)는 쉽게 안 되고, $\frac{2}{3} \div 5 = (\frac{2}{3} \times 3) \div (5 \times 3) = 2 \div 15 = \frac{2}{15}$와 같이 분수를 자연수로 고쳐야 하므로 역시 불편하다.

- 위의 나눗셈을 모두 분수의 곱셈으로 고쳐서 계산해 보시오.

① $6 \div 2 = 6 \times \frac{1}{2} = 3$ ② $1 \div 3 = 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ ③ $9 \div 4 = 9 \times \frac{1}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

Tip 본 단원의 (분수)÷(자연수)는 ④, ⑤와 같이 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고쳐서 하는 것이 가장 간단하다. 이 방법은 최종적으로 6학년 2학기에 배우는 (분수)÷(분수)의 알고리즘과 연결(융합)될 것이다.

- 왜 $\frac{2}{3} \div 5$ 를 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$과 같이 계산합니까?

$\frac{2}{3} \div 5$를 그림으로, $\frac{\blacktriangle}{\bullet} \div \blacksquare = \frac{\blacktriangle \div \blacksquare}{\bullet}$와 같은 방법으로, 곱셈을 생각해서, 분수의 곱셈으로 고쳐서 등 여러 가지 방법으로 알아 볼 수 있는데 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고쳐서 계산하는 방법이 가장 편해서(좋아서) $\frac{2}{3} \div 5$를 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$와 같이 계산한다.

Tip 계산방법을 발견하는 학습의 경우는 대체로 계산방법을 여러 가지로 알아보고 그 방법들을 비교해서 가장 좋은(편한) 방법을 찾아 알고리즘으로 정하게 되므로 '왜'라는 질문의 답은 위와 같이 여러 가지 방법 중에 가장 좋아서(편해서, 빠르고 정확하게 할 수 있어서) 그렇게 한다고 대답할 수 있을 것이다. 즉, '가치' 부여 측면에서'왜'라는 질문의 답을 생각할 수 있고, 이것은 2학기에 배우는 '왜 분수의 나눗셈을 뒤집어 곱하는가?'와도 직결된다.

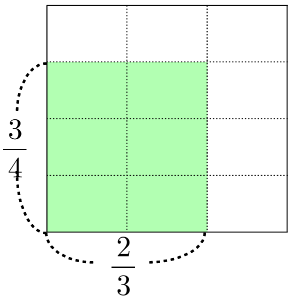
- 분수의 나눗셈 $\frac{2}{3} \div 5$를 어떻게 해서 분수의 곱셈 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$으로 바꿀 수 있습니까?

$\frac{2}{3} \div 5$를 가장 쉬운 나눗셈 ★÷1로 고쳐서 계산하기 위하여 $\frac{2}{3}$와 5에 각각 $\frac{1}{5}$을 곱하면 $\frac{2}{3} \div 5 = (\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}) \div (5 \times \frac{1}{5}) = (\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}) \div 1 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$와 같이 고쳐진다.

Tip 이 질문의 답은 여러 측면에서 생각해 볼 수 있다. 연역적인 생각(추론)으로는 $1 \div 3$을 $1 \times \frac{1}{3}$과 같이 곱셈으로 고쳐서 계산한 것처럼 $\frac{2}{3} \div 5$도 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$로 고쳐서 계산할 수 있다고 생각할 수 있다. (단, 교과서처럼 $1 \div$(자연수)의 몫을 $\frac{1}{(\text{자연수})}$로만 일반화하면 위의 추론을 불가능하다) 또한 $\frac{2}{3} \div 5$를 그림으로 나타낸 부분을 분수의 곱셈 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$로 나타내는 것으로부터 $\frac{2}{3} \div 5$가 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$임을 알 수도 있다.

이미 배운 것을 다시 생각하기

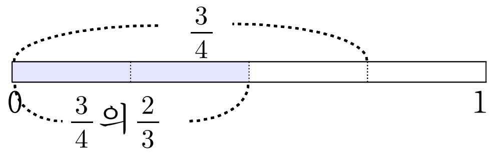
- $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$는 $\frac{3\times2}{4\times3}$과 같이 계산합니다. 왜냐하면 $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$를 나타낸 그림에서



이유 1 전체 칸수는 $4\times3=12$이고, 색칠한 칸수는 $3\times2=6$이므로 $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$는 $\frac{6}{12}$인데, $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{3\times2}{4\times3}$와 같이 계산한 것과 같기 때문입니다.

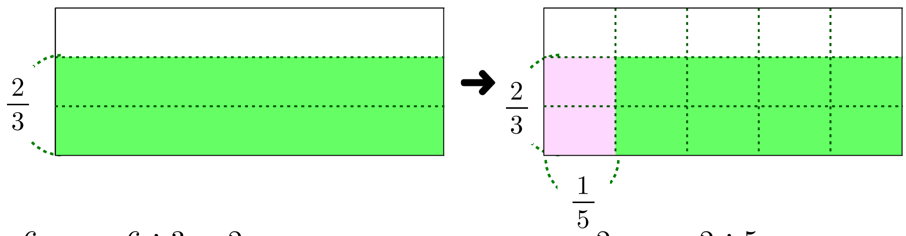
이유 2 작은 한 칸은 $\frac{1}{12}$이고, 색칠한 칸수는 $3\times2=6$이며, $\frac{1}{12}$이 3×2(개)이므로 $\frac{6}{12}$인데, $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{3\times2}{4\times3}$와 같이 계산한 것과 같기 때문입니다.

- $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$는 $\frac{3}{4}$의 $\frac{2}{3}$입니다. 다음 그림에서 $\frac{3}{4}$의 $\frac{2}{3}$는 $\frac{1}{2}$이므로 $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{\cancel{3}^{1}\times\cancel{2}^{1}}{\cancel{4}_{2}\times\cancel{3}_{1}}=\frac{1}{2}$과 같이 약분하여 계산합니다.



알아낸 것 정리하기

- $\frac{2}{3}\div5$와 같은 (분수)÷(자연수)는 다음 그림에서 $\frac{2}{3}\div5=\frac{2}{15}$ 와 같이 구할 수 있지만 나눗셈을 할 때마다 그림을 그리는 것은 귀찮으므로 가장 편한 방법은 아닙니다.



- $\frac{2}{3}\div5$를 $\frac{6}{7}\div3=\frac{6\div3}{7}=\frac{2}{7}$와 같이 계산하려면 $\frac{2}{3}\div5=\frac{2\div5}{3}$에서 분자가 나누어지지 않아서 $\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$을 먼저 구하고 $\frac{2}{3}\div5=\frac{10}{15}\div5=\frac{10\div5}{15}=\frac{2}{15}$와 같이 해야 하므로 간편한 방법은 아닙니다.

- $6\div2$는 곱셈 $2\times3=6$을 생각해서 몫 3을 쉽게 구할 수 있지만 분수의 나눗셈 $\frac{2}{3}\div5$에서는 5에다 얼마를 곱하면 $\frac{2}{3}$가 되는지를 쉽게 알 수 없습니다..

- $\frac{2}{3}\div5$를 가장 쉬운 ★÷1 로 고치기 위해서 $\frac{2}{3}$와 5에 각각 $\frac{1}{5}$을 곱하면 새롭게 알려고 하는 분수의 나눗셈을 이미 알고 있는 분수의 곱셈 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}$로 고쳐지므로 쉽게 할 수 있고 가장 편한 방법 같습니다.

알아낸 것 익히기

- □안에 알맞은 수를 써넣고, 같은 방법으로 계산해보시오.

$\frac{3}{5}\div 4=\frac{\boxed{12}}{20}\div 4=\frac{\boxed{12}\div 4}{20}=\frac{\boxed{3}}{20}$ $\qquad \frac{2}{7}\div 3=\frac{6}{21}\div 3=\frac{6\div 3}{21}=\frac{2}{21}$

- 분수의 곱셈으로 나타내어 계산해보시오.

$\frac{3}{5}\div 4=\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{20}$ $\qquad \frac{2}{7}\div 3=\frac{2}{7}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{21}$

$\frac{10}{11}\div 5=\frac{10}{11}\times\frac{1}{5}=\frac{2}{11}$ $\qquad \frac{3}{8}\div 6=\frac{3}{8}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{16}$

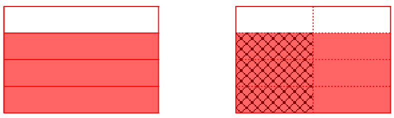
- 끈 $\frac{4}{7}$m를 모두 사용하여 정사각형 모양을 만들었습니다. 이 정사각형 한 변의 길이는 몇 m입니까?

$\frac{4}{7}\div 4=\frac{4}{7}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{7}$(m)

창의 서술·논술형 평가

- $\frac{3}{4}\div 2$를 여러 가지 방법으로 알아보시오.

방법 1 그림에서 $\frac{3}{4}$을 2등분 하면 $\frac{3}{8}$이므로 $\frac{3}{4}\div 2=\frac{3}{8}$이다.



Tip 빗금 친 부분의 넓이는 $\frac{3}{4}$의 $\frac{1}{2}$이므로 $\frac{3}{4}\div 2=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$ 과 같이 구할 수 있다.

방법 2 위의 그림에서 $\frac{3}{4}$은 $\frac{6}{8}$이므로 $\frac{3}{4}\div 2=\frac{6}{8}\div 2=\frac{6\div 2}{8}=\frac{3}{8}$

방법 3 $10\div 2$의 몫은 곱셈 $2\times 5=10$으로부터 5이므로 $\frac{3}{4}\div 2$의 몫도 $2\times\frac{3}{8}=\frac{3}{4}$으로부터 $\frac{3}{8}$이다.

방법 4 $\frac{3}{4}\div 2=(\frac{3}{4}\times\frac{1}{2})\div(2\times\frac{1}{2})=(\frac{3}{4}\times\frac{1}{2})\div 1=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$

좀 더 알아보기

수 카드 $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ 을 모두 사용하여 계산결과가 가장 작은 나눗셈식 (진분수)÷(자연수)를 만들고 계산해보시오.

$\frac{●}{■}\div ▲=\frac{●}{■}\times\frac{1}{▲}$이므로 계산결과가 가장 작으려면 ■×▲가 가장 커야하므로

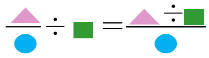
$\frac{5}{6}\div 7=\frac{5}{6}\times\frac{1}{7}=\frac{5}{42}$ 또는 $\frac{5}{7}\div 6=\frac{5}{7}\times\frac{1}{6}=\frac{5}{42}$

풀이생각쓰기 온라인학습 공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.

창의 서술·논술형 평가 611-2

- 왜 $\frac{2}{3} \div 5$ 를 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$과 같이 계산합니까?

풀이생각

$\frac{2}{3} \div 5$를 그림으로, 와 같은 방법으로, 곱셈을 생각해서, 분수의 곱셈으로 고쳐서 등 여러 가지 방법으로 알아 볼 수 있는데 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고쳐서 계산하는 방법이 가장 편해서(좋아서) $\frac{2}{3} \div 5$를 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$와 같이 계산한다.

Tip 계산방법을 발견하는 학습의 경우는 대체로 계산방법을 여러 가지로 알아보고 그 방법들을 비교해서 가장 좋은(편한) 방법을 찾아 알고리즘으로 정하게 되므로 '왜'라는 질문의 답은 위와 같이 여러 가지 방법 중에 가장 좋아서(편해서, 빠르고 정확하게 할 수 있어서) 그렇게 한다고 대답할 수 있을 것이다. 즉, '가치' 부여 측면에서'왜'라는 질문의 답을 생각할 수 있고, 이것은 2학기에 배우는 '왜 분수의 나눗셈을 뒤집어 곱하는가?'와도 직결된다.

- 어떻게 해서 $\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$과 같이 고쳐집니까?

풀이생각

$\frac{2}{3} \div 5$를 가장 쉬운 나눗셈 ★$\div 1$로 고쳐서 계산하기 위하여 $\frac{2}{3}$와 5에 각각 $\frac{1}{5}$을 곱하면 $\frac{2}{3} \div 5 = (\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}) \div (5 \times \frac{1}{5}) = (\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}) \div 1 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$와 같이 고쳐진다.

Tip 이 질문의 답은 여러 측면에서 생각해 볼 수 있다. 연역적인 생각(추론)으로는 $1 \div 3$을 $1 \times \frac{1}{3}$과 같이 곱셈으로 고쳐서 계산한 것처럼 $\frac{2}{3} \div 5$도 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$로 고쳐서 계산할 수 있다고 생각할 수 있다. (단, 교과서처럼 1÷(자연수)의 몫을 $\frac{1}{(\text{자연수})}$로만 일반화하면 위의 추론을 불가능하다) 또한 $\frac{2}{3} \div 5$를 그림으로 나타낸 부분을 분수의 곱셈 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$로 나타내는 것으로부터 $\frac{2}{3} \div 5$가 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$임을 알 수도 있다.

수학적 의사소통 및 최종 확인 학습

위의 문제와 정리된 풀이생각을 가족이나 친구에게 설명해 보시오.

스스로 온라인 학습

공부한 내용을 바탕으로 스스로 정리해 봅시다.

내가 쓴 글을 홈페이지 (창의수학교육연구소 또는 http://chammath.kr)의 '스스로 학습'에 올려 보고, 친구들의 글과 비교하여 봅시다.

내가 오늘 수학 공부에서 배운 것은

입니다.

그리고 오늘 수학 공부에서 새롭게 알게 된 것과 느낀 점은

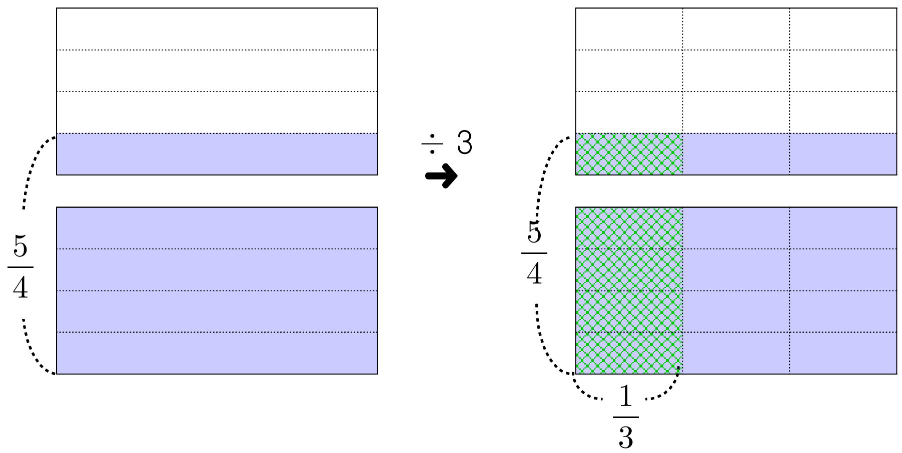
입니다.

- 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기
- 수학 일기 쓰기
- 수학 동시 쓰기
- 수학 만화 그리기
- 수학 마인드 맵 그리기

1-3 (가분수)÷(자연수), (대분수)÷(자연수) 알아보기

생각 1 $\frac{5}{4}\div 3$과 같은 (가분수)÷(자연수)의 계산방법을 알아봅시다.

- $\frac{5}{4}\div 3$을 다음과 같이 그림으로 나타내어 알아보려고 합니다. □안에 알맞은 수를 써넣으시오.



$\frac{5}{4}\div 3$의 몫은 $\frac{5}{4}$를 3등분한 것 중의 하나입니다.

이것은 $\frac{5}{4}$의 $\boxed{\frac{1}{3}}$이므로 $\frac{5}{4}\div 3=\frac{5}{4}\times\boxed{\frac{1}{3}}$입니다.

- $\frac{1}{4}\div 2=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$, $\frac{2}{3}\div 5=\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$와 같이 (진분수)÷(자연수)를 계산한 것처럼 (가분수)÷(진분수)인 $\frac{5}{4}\div 3$도 $\boxed{\frac{5}{4}\times\frac{1}{3}}$과 같이 분수의 곱셈으로 나타내어 계산합니다.

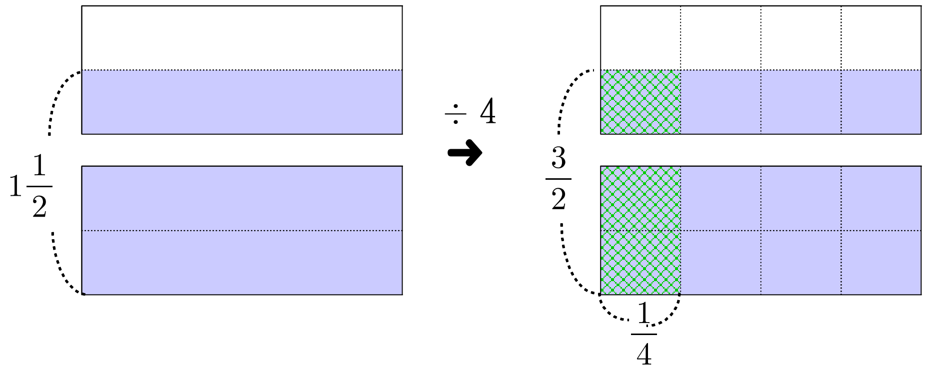
- 다음을 계산하시오.

$\frac{5}{4}\div 3=\frac{5}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{12}$

$\frac{11}{9}\div 4=\frac{11}{9}\times\frac{1}{4}=\frac{11}{36}$

생각 2 $1\frac{1}{2}\div 4$와 같은 (대분수)÷(자연수)의 계산방법을 알아봅시다.

- 그림을 보고 □안에 알맞은 수를 써넣으시오.



$$1\frac{1}{2}\div 4=\frac{\boxed{3}}{\boxed{2}}\times\frac{\boxed{1}}{\boxed{4}}=\frac{\boxed{3}}{\boxed{8}}$$

- $1\frac{1}{2}\div 4$를 계산하는 또 다른 방법을 말해보시오.

  대분수 $1\frac{1}{2}$을 $\frac{3}{2}$과 같이 가분수로 고칠 수 있고, (가분수) ÷ (자연수)의 계산방법을 이미 알고 있으므로 $1\frac{1}{2}\div 4=\frac{3}{2}\div 4$와 같이 계산한다.

- □안에 알맞은 수를 넣어 $1\frac{1}{2}\div 4$를 또 다른 방법으로 계산하시오.

방법 1 $1\frac{1}{2}\div 4=\frac{3}{2}\div 4=\frac{\boxed{12}}{\boxed{8}}\div 4=\frac{\boxed{12}\div 4}{\boxed{8}}=\frac{\boxed{3}}{\boxed{8}}$

방법 2 $1\frac{1}{2}\div 4=\frac{3}{2}\div 4=\frac{3}{2}\times\frac{1}{\boxed{4}}=\frac{\boxed{3}}{\boxed{8}}$

- 위의 2가지 방법 중 어느 방법이 더 편한지 비교해서 (대분수)÷(자연수)의 계산방법을 말해보시오.

  방법2 가 더 편하므로 대분수를 가분수로 바꾸고 나눗셈을 분수의 곱셈으로 나타내어 계산한다.

생각 3 $2\frac{2}{5}\div 4$를 어떻게 계산하는지 알아봅시다.

- $2\frac{2}{5}\div 4$를 가분수로 나타내시오.

$2\frac{2}{5}=\frac{12}{5}$

- 두 방법을 비교하여 어떻게 계산한 것인지 말해보시오.

방법 1 $2\frac{2}{5}\div 4=\frac{12}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{5}{\cancel{20}}}=\frac{3}{5}$

방법 2 $2\frac{2}{5}\div 4=\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{5}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}=\frac{3}{5}$

방법 1 분수의 곱셈을 먼저 한 다음 약분을 해서 계산했다.

방법 2 분수의 곱셈에서 약분을 먼저 한 다음 계산했다.

- $5\frac{5}{6}\div 7$을 위의 2가지 방법으로 계산해 보시오.

방법 1 $5\frac{5}{6}\div 7=\frac{35}{6}\times\frac{1}{7}=\frac{\overset{5}{\cancel{35}}}{\underset{6}{\cancel{42}}}=\frac{5}{6}$

방법 2 $5\frac{5}{6}\div 7=\frac{\overset{5}{\cancel{35}}}{6}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{7}}}=\frac{5}{6}$

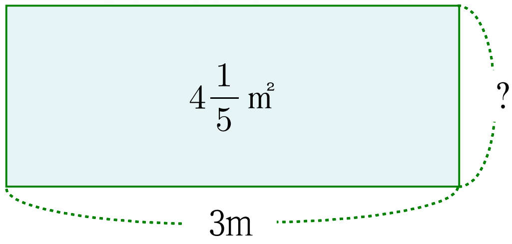
- 2가지 방법 중 더 편리하다고 생각하는 방법으로 계산해 보시오.

$10\frac{2}{3}\div 8=\frac{\overset{4}{\cancel{32}}}{3}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{8}}}=\frac{4}{3}=1\frac{2}{3}$

$4\frac{1}{8}\div 11=\frac{\overset{3}{\cancel{33}}}{8}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{11}}}=\frac{3}{8}$

Tip 약분을 먼저 하면 수가 작아지므로 계산하기가 편하다. 그렇다고 이 방법이 편하다고 단정할 수는 없다.

생각 4 넓이가 $4\frac{1}{5}$㎡인 직사각형의 가로는 3m입니다. 이 직사각형의 세로를 구해봅시다.



- 넓이가 6㎡인 직사각형의 가로가 3m라면 세로는 몇 m입니까?

  $6 \div 3 = 2$로부터 세로는 2m이다.

- 넓이가 $4\frac{1}{5}$㎡인 직사각형의 가로가 3m일 때 세로를 구하는 식을 써보시오.

  $4\frac{1}{5} \div 3$

- 위의 식을 여러 가지 방법으로 계산해보고, 어느 방법이 더 편한지 비교해 보시오.

방법 1 $4\frac{1}{5} \div 3 = \frac{21}{5} \div 3 = \frac{\overset{7}{\cancel{21}}}{5} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$

방법 2 $4\frac{1}{5} \div 3 = \frac{21}{5} \div 3 = \frac{21}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{\overset{7}{\cancel{21}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$

방법 3 $4\frac{1}{5} \div 3 = \frac{21}{5} \div 3 = \frac{21 \div 3}{5} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$

방법 4 $4\frac{1}{5} \div 3 = \frac{21}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{\overset{7}{\cancel{7}}}{5} = 1\frac{2}{\underset{1}{\cancel{5}}}$

Tip 방법1,2,3은 대분수의 나눗셈을 가분수의 나눗셈으로 먼저 고친 것이고, 방법4는 가분수의 곱셈으로 고친 것이다.

Tip 방법1,2,3의 경우는 방법1이 더 편하지만 방법1,4는 방법4가 간단하다.

- 세로는 몇 ㎡입니까? 세로를 맞게 구했는지 어떻게 알 수 있습니까?

  세로는 $1\frac{2}{5}$m, 직사각형의 가로와 세로를 곱해서 넓이가 되는지 확인해본다.

  $1\frac{2}{5} \times 3 = \frac{7}{5} \times 3 = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5}$이므로 세로를 맞게 구했다.

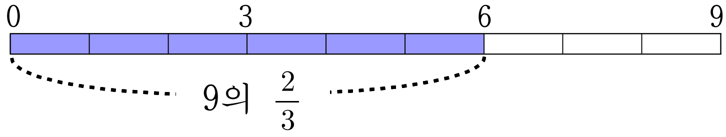
- $1\frac{7}{8} \div 6$을 위의 여러 가지 방법 중 가장 편한 방법으로 계산해 보시오.

Tip 방법1,2 중에는 방법1이 편하고, 방법3은 $1\frac{7}{8} \div 6 = \frac{15}{8} \div 6 = \frac{15 \div 6}{8}$과 같이 쉽게 나누어지지 않는다.

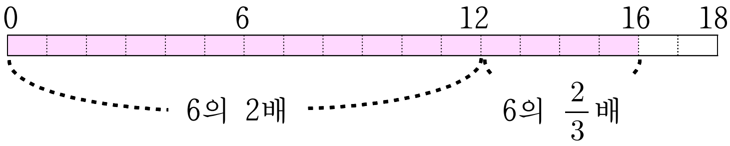
$1\frac{7}{8} \div 6 = \frac{15}{8} \div 6 = \frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{8} \times \frac{1}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \frac{5}{16}$ 또는 $1\frac{7}{8} \div 6 = \frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{8} \times \frac{1}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \frac{5}{16}$

이미 배운 것을 다시 생각하기

- $9\times\frac{2}{3}$는 9의 $\frac{2}{3}$입니다.



- $9\times\frac{2}{3}$는 $\frac{9\times2}{3}$와 같이 계산하고, $\overset{3}{\cancel{9}}\times\frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}}=6$ 과 같이 약분하여 계산합니다.
- $6\times2\frac{2}{3}$는 6의 $2\frac{2}{3}$배입니다.



- $6\times2\frac{2}{3}$는 $(6\times2)+(6\times\frac{2}{3})$ 또는 $6\times\frac{8}{3}$과 같이 계산합니다.
- $6\times2\frac{2}{3}=\overset{2}{\cancel{6}}\times\frac{8}{\underset{1}{\cancel{3}}}=16$과 같이 대분수를 가분수로 고치고, 약분하여 계산합니다.
- $1\frac{2}{3}\times2\frac{3}{4}$은 $\frac{5}{3}\times\frac{11}{4}$과 같이 가분수로 고쳐서 계산합니다.

알아낸 것 정리하기

- $\frac{1}{4}\div2=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$, $\frac{2}{3}\div5=\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$와 같이 (진분수)÷(자연수)를 계산한 것처럼 (가분수)÷(진분수)인 $\frac{5}{4}\div3$도 $\frac{5}{4}\times\frac{1}{3}$과 같이 분수의 곱셈으로 나타내어 계산합니다.

- (대분수)÷(자연수)는 방법2 처럼 먼저 약분하면 수가 작아져서 계산하기가 더 편합니다.

방법 1 $2\frac{2}{5}\div4=\frac{12}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{5}{\cancel{20}}}=\frac{3}{5}$

방법 2 $2\frac{2}{5}\div4=\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{5}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}=\frac{3}{5}$

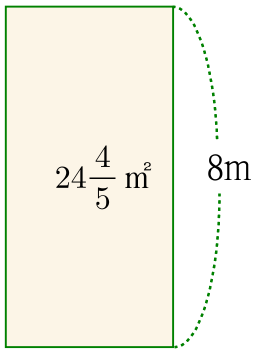
알아낸 것 익히기

● 다음 나눗셈을 하시오.

$\frac{10}{7}\div 3=\frac{10}{21}$　　　　$\frac{9}{4}\div 6=\frac{3}{8}$

$7\frac{1}{2}\div 6=1\frac{1}{4}$　　　　$3\frac{3}{5}\div 12=\frac{3}{10}$

● 직사각형의 넓이가 $24\frac{4}{5}$m²이고 세로가 8m일 때, 가로를 구하시오.



식 $24\frac{4}{5}\div 8$

답 $3\frac{1}{10}$ m

창의 서술·논술형 평가

□안에 알맞은 수를 넣어 계산하고, 두 방법을 비교해서 더 편하게 할 수 있는 (대분수) ÷ (자연수)의 계산방법을 말해보시오.

방법 1　$1\frac{4}{5}\div 2=\frac{9}{5}\div 2=\frac{\boxed{18}}{\boxed{10}}\div 2=\frac{\boxed{18}\div 2}{\boxed{10}}=\frac{\boxed{9}}{\boxed{10}}$

방법 2　$1\frac{4}{5}\div 2=\frac{9}{5}\div 2=\frac{9}{5}\times\frac{1}{\boxed{2}}=\frac{\boxed{9}}{\boxed{10}}$

대분수의 나눗셈은 방법2가 더 편하므로 대분수를 가분수로 바꾸고 분수의 곱셈으로 나타내어 계산한다.

좀 더 알아보기

□안에 들어갈 수 있는 자연수는 모두 몇 개입니까?

$$1\frac{2}{5}\div 2 > \frac{\square}{10}$$

$1\frac{2}{5}\div 2=\frac{7}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{10}$, 따라서 □안에는 1부터 6까지 모두 6개의 자연수가 들어갈 수 있다.

풀이생각쓰기 온라인학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.

창의 서술·논술형 평가 611 −3

다음 4가지 방법보다 간단한 과정으로 $6\frac{1}{3} \div 8$을 계산해보시오.

방법 1 $6\frac{2}{3} \div 8 = \frac{20}{3} \div 8 = \frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{3} \times \frac{1}{\underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{5}{6}$

방법 2 $6\frac{2}{3} \div 8 = \frac{20}{3} \div 8 = \frac{20}{3} \times \frac{1}{8} = \frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{\underset{6}{\cancel{24}}} = \frac{5}{6}$

방법 3 $6\frac{2}{3} \div 8 = \frac{20}{3} \div 8 = \frac{40}{6} \div 8 = \frac{40 \div 8}{6} = \frac{5}{6}$

방법 4 $6\frac{2}{3} \div 8 = 6\frac{2}{3} \times \frac{1}{8} = \frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{3} \times \frac{1}{\underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{5}{6}$

풀이생각 방법1과 방법2를 함께 생각해서

$$6\frac{2}{3} \div 8 = \frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{3} \times \frac{1}{\underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{5}{6}$$

수학적 의사소통 및 최종 확인 학습

위의 문제와 정리된 풀이생각을 가족이나 친구에게 설명해 보시오.

스스로 온라인 학습 공부한 내용을 바탕으로 스스로 정리해 봅시다.

내가 쓴 글을 홈페이지 (창의수학교육연구소 또는 http://chammath.kr)의 '스스로 학습'에 올려 보고, 친구들의 글과 비교하여 봅시다.

내가 오늘 수학 공부에서 배운 것은

입니다.

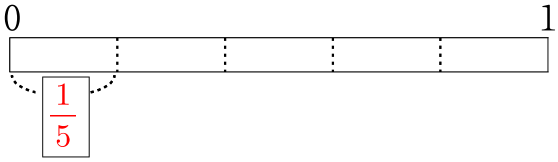
그리고 오늘 수학 공부에서 새롭게 알게 된 것과 느낀 점은

입니다.

- 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기
- 수학 일기 쓰기
- 수학 동시 쓰기
- 수학 만화 그리기
- 수학 마인드 맵 그리기

기본평가 1단원 분수의 나눗셈

1 $1 \div 5$는 분수로 얼마입니까? $\frac{1}{5}$



2 1의 $\frac{1}{5}$배는 얼마입니까? $1 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

3 $1 \div 5$를 곱셈으로 나타내어 보시오. $1 \div 5 = 1 \times \frac{\boxed{1}}{\boxed{5}}$

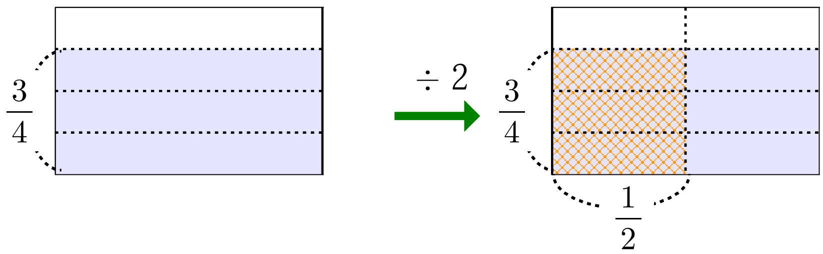
나눗셈의 몫을 분수로 나타내어보시오.

4 $1 \div 7 = \frac{1}{7}$

5 $3 \div 5 = \frac{3}{5}$

6 $8 \div 3 = \frac{8}{3} = 2\frac{1}{3}$

$\frac{3}{4} \div 2$를 다음과 같이 그림으로 나타내었습니다. 물음에 답하시오.



7 위의 그림에서 $\frac{3}{4} \div 2$는 빗금 친 부분으로 $\frac{\boxed{3}}{\boxed{8}}$이다.

8 위의 그림에서 $\frac{3}{4} \div 2$는 빗금 친 부분의 넓이이므로

$\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{\boxed{2}} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{8}}$이다.

9 위의 그림에서 $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$이므로 $\frac{3}{4} \div 2 = \frac{\boxed{6}}{8} \div 2 = \frac{\boxed{6} \div 2}{\boxed{8}} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{8}}$ 이다.

나눗셈을 하시오.

10 $\frac{6}{7} \div 2 = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{7} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{3}{7}$

Tip $\frac{6}{7} \div 2 = \frac{6 \div 2}{7} = \frac{3}{7}$

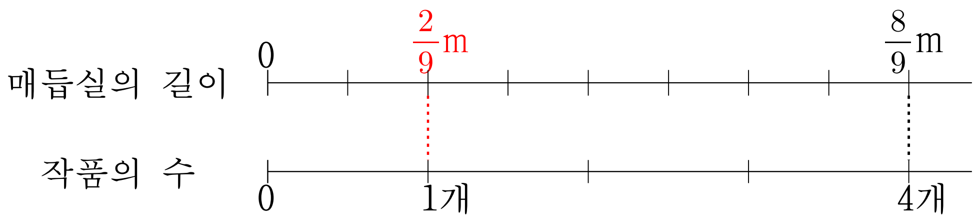
11 $\frac{5}{8} \div 4 = \frac{5}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{32}$

Tip $\frac{5}{8} \div 4 = \frac{20}{32} \div 4 = \frac{20 \div 4}{32} = \frac{5}{32}$

12 $\frac{5}{6} \div 6 = \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$

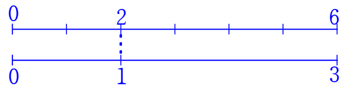
13 $\frac{2}{3} \div 7 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{21}$

14 매듭실 $\frac{8}{9}$m를 4등분하여 작품 4개를 만들었습니다. 작품 하나에 사용된 매듭실의 길이를 다음 이중수직선에서 알아보시오. 또, 식을 세워 구하시오.

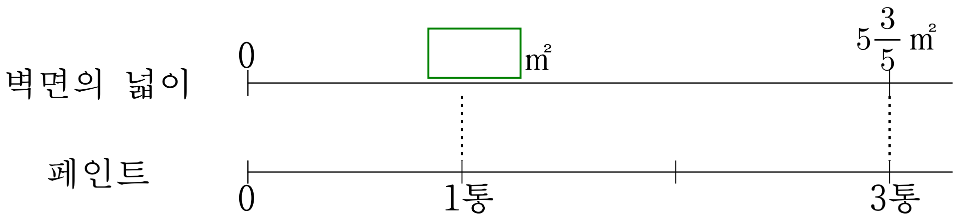


위의 이중수직선에서 매듭실의 길이는 작은 한 칸이 $\frac{1}{9}$m이므로 1개일 때는 $\frac{2}{9}$m이다.
이것은 $\frac{8}{9}\div 4=\frac{8}{9}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{9}$이므로 식을 세워 계산한 것과 같다.

15 페인트 3통으로 벽면 $5\frac{3}{5}$㎡를 칠했을 때, 페인트 한 통으로는 몇 ㎡를 칠한 것인지를 알아보기 위해서 다음과 같이 이중수직선으로 나타내었습니다. □안에 알맞은 수를 구하시오.



Tip 간단한 자연수 이중수직선에서 1일 때 2인 것은 $6\div 3=2$와 같다로부터 추론하도록 한다.



위의 이중수직선에서 1통일 때 몇 ㎡인지는 쉽게 알 수 없지만 □는 $5\frac{3}{5}\div 3$을 한 것과 같으므로 $5\frac{3}{5}\div 3=\frac{28}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{28}{15}=1\frac{13}{15}$ ㎡

계산해 보시오.

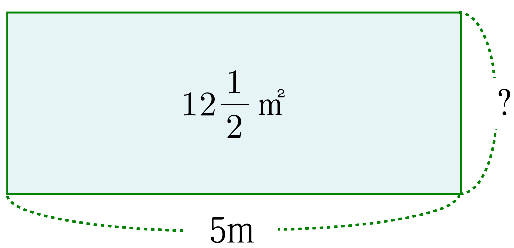
16 $\frac{9}{4}\div 6=\frac{3}{8}$

17 $7\frac{1}{2}\div 8=\frac{15}{16}$

18 $1\frac{3}{7}\div 5=\frac{2}{7}$

19 $4\frac{2}{7}\div 8=\frac{5}{7}$

20 넓이가 $12\frac{1}{2}$㎡인 직사각형의 가로는 5m입니다. 이 직사각형의 세로는 몇 m입니까?



$12\frac{1}{2}\div 5=\frac{25}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$(m)

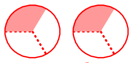
창의 서술 논술형 평가

1단원. 분수의 나눗셈

1 $9\div4$를 몫은 2, 나머지는 1과 같이 나누지 않고, $9\div4=\frac{9}{4}$와 같이 나머지 없이 몫으로만 나타낼 필요가 있는 실생활의 경우를 예를 들어보시오.

빵 9개 또는 물 9L를 4명에게 똑같이 나누어 주려면 $9\div4=\frac{9}{4}$와 같이 계산해야 한다.

2 $2\div3$의 몫을 여러 가지 방법으로 구해보시오.

방법 1  $\frac{1}{3}$이 2 이므로 $2\div3=\frac{2}{3}$

방법 2 3에다 $\frac{2}{3}$를 곱하면 2가 되므로 $2\div3=\frac{2}{3}$

Tip $6\div3$에서 $3\times2=6$을 생각해서 몫 2를 구하는 것과 같다.

방법 3 $2\div3=(2\times\frac{1}{3})\div(3\times\frac{1}{3})=2\times\frac{1}{3}\div1=2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

3 $\frac{3}{4}\div2$를 보기 와 같이 2가지 방법으로 계산하고, 어느 방법이 더 편한지 설명하시오.

보기

방법 1 $\frac{6}{7}\div3=\frac{6\div3}{7}=\frac{2}{7}$

방법 2 $\frac{6}{7}\div3=\frac{\cancel{6}^{2}}{7}\times\frac{1}{\cancel{3}_{1}}=\frac{2}{7}$

방법 1 $\frac{3}{4}\div2=\frac{6}{8}\div2=\frac{6\div2}{8}=\frac{3}{8}$

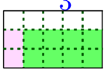
방법 2 $\frac{3}{4}\div2=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$

방법1은 $\frac{3}{4}\div2=\frac{3\div2}{4}$와 같이 안 나누어져서 $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$을 먼저 구해야하므로 방법2가 더 편하다.

4 분수의 나눗셈 $\frac{2}{3}\div5$를 어떻게 해서 분수의 곱셈 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}$으로 바꿀 수 있습니까?

$\frac{2}{3}\div5$를 가장 쉬운 나눗셈 ★$\div1$로 고쳐서 계산하기 위하여 $\frac{2}{3}$와 5에 각각 $\frac{1}{5}$을 곱하면

$\frac{2}{3}\div5=(\frac{2}{3}\times\frac{1}{5})\div(5\times\frac{1}{5})=(\frac{2}{3}\times\frac{1}{5})\div1=\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}$와 같이 고쳐진다.

Tip 연역적인 생각(추론)으로 $1\div3$을 $1\times\frac{1}{3}$과 같이 곱셈으로 계산한 것처럼 $\frac{2}{3}\div5$도 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}$로 고쳐서 계산할 수 있다. 또한 그림()으로 나타내면 $\frac{2}{3}\div5$가 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}$임을 알 수도 있다.

5 □안에 알맞은 수를 넣어 계산하고, 두 방법을 비교해서 더 편하게 할 수 있는 (대분수)$\div$(자연수)의 계산방법을 말해보시오.

방법 1 $7\frac{1}{4}\div6=\frac{29}{4}\times\frac{1}{\boxed{6}}=\boxed{\frac{29}{24}=1\frac{5}{24}}$

방법 2 $7\frac{1}{4}\div6=\frac{29}{4}\div6=\frac{\boxed{174}}{\boxed{24}}\div6=\frac{\boxed{174}\div6}{\boxed{24}}=\boxed{\frac{29}{24}=1\frac{5}{24}}$

대분수의 나눗셈은 방법1처럼 대분수를 가분수로 바꾸고 분수의 곱셈으로 나타내어 계산한다.

심화 수준 평가

1단원. 분수의 나눗셈

1 수 카드 $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{5}$ 를 모두 사용하여 계산 결과가 가장 작은 나눗셈식 (진분수)÷(자연수)를 만들고 계산해보시오.

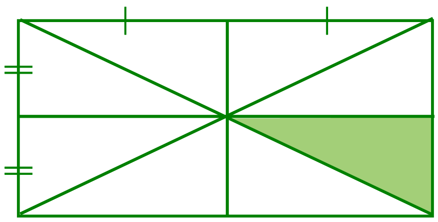
$$\frac{\square}{\square} \div \square$$

$\frac{●}{■}\div ▲$는 $\frac{●}{■}\times\frac{1}{▲}$이므로 계산결과가 가장 작으려면 ■×▲가 가장 커야하므로 $\frac{2}{5}\div 3=\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$ 또는 $\frac{2}{3}\div 5=\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$

2 어떤 자연수를 8로 나누어야 할 것을 잘못하여 곱했더니 264가 나왔습니다. 바르게 계산하면 얼마인지 그 몫을 분수로 나타내어 보시오.

(어떤 자연수) × 8 = 264, (어떤 자연수) = 264 ÷ 8 = 33, 바르게 계산하면 $33\div 8=\frac{33}{8}=4\frac{1}{8}$

3 직사각형 전체 넓이는 $59\frac{1}{5}$㎠입니다. 색칠한 부분의 넓이는 몇 ㎠입니까?



색칠한 부분은 직사각형 전체 넓이를 8등분 한 것 중에 하나이므로

$59\frac{1}{5}\div 8=\frac{296}{5}\div 8=\frac{\cancel{296}^{37}}{5}\times\frac{1}{\cancel{8}_{1}}=\frac{37}{5}=7\frac{2}{5}$ (㎠)

4 쌀 $12\frac{1}{3}$kg을 5봉지에 똑같이 나누어 담아 2봉지를 팔았습니다. 팔고 남은 쌀은 몇 kg입니까?

쌀 1봉지의 무게는 $12\frac{1}{3}\div 5=\frac{37}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{37}{15}$ (kg)

남은 쌀은 3봉지이므로 $\frac{37}{\cancel{15}_{5}}\times\cancel{3}^{1}=\frac{37}{5}=7\frac{2}{5}$ (kg)

5 한 상자에 20개씩 들어 있는 야구공 3상자의 무게는 $17\frac{1}{4}$kg입니다. 빈 상자 1개의 무게가 0.25kg이라면 야구공 1개의 무게는 몇 kg입니까?

야구공 3상자의 무게가 $17\frac{1}{4}$kg이므로 야구공 한 상자의 무게는 $17\frac{1}{4}\div 3=\frac{69}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{23}{4}$(kg)

빈 상자의 무게가 0.25(kg)이므로 야구공 20개의 무게는 $\frac{23}{4}-0.25=\frac{23}{4}-\frac{1}{4}=\frac{22}{4}=\frac{11}{2}$(kg)

따라서 야구공 1개의 무게는 $\frac{11}{2}\div 20=\frac{11}{2}\times\frac{1}{20}=\frac{11}{40}$(kg)

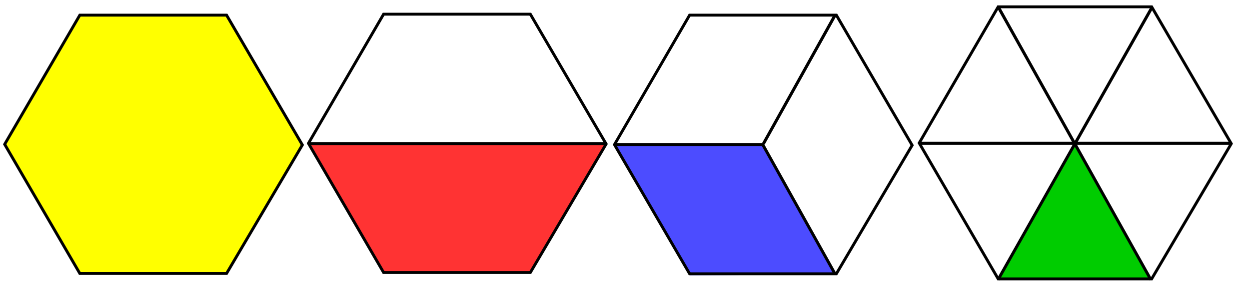
교구 창의 탐구 수학

분수와 수학적인 방법 탐구

탐구1 블록으로 분수만큼 나타내기

- 다음 블록을 1개씩 놓으시오. 노란색 블록을 ‘1’이라고 할 때, 빨간색, 파란색, 녹색 블록은 얼마에 해당하는지 분수로 나타내시오.

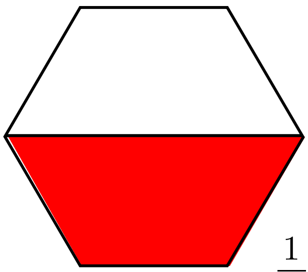
노란색 블록 1개　빨간색 블록 1개　파란색 블록 1개　녹색 블록 1개



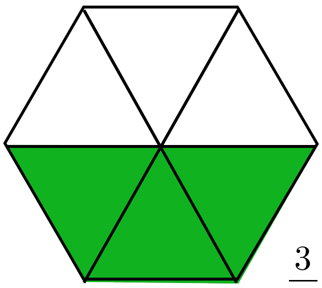
(1)　($\frac{1}{2}$)　($\frac{1}{3}$)　($\frac{1}{6}$)

- 노란색 블록을 ‘1’이라고 할 때, 다음 그림에 각각 분수만큼의 블록을 놓고, 발견한 사실을 써 보시오.

· 빨간색 블록으로　· 녹색 블록으로



$\frac{1}{2}$



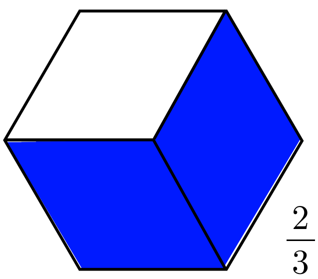
$\frac{3}{6}$

· $\frac{1\times3}{2\times3}=\frac{3}{6}$　· $\frac{3\div3}{6\div3}=\frac{1}{2}$

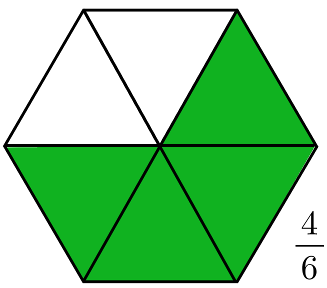
· $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$, 분모, 분자에 같은 수를 곱하거나 나누어도 분수의 크기는 같다.

- 노란색 블록을 ‘1’이라고 할 때, 다음 그림에 각각 분수만큼의 블록을 놓고, 발견한 사실을 써 보시오.

· 파란색 블록으로　· 녹색 블록으로



$\frac{2}{3}$

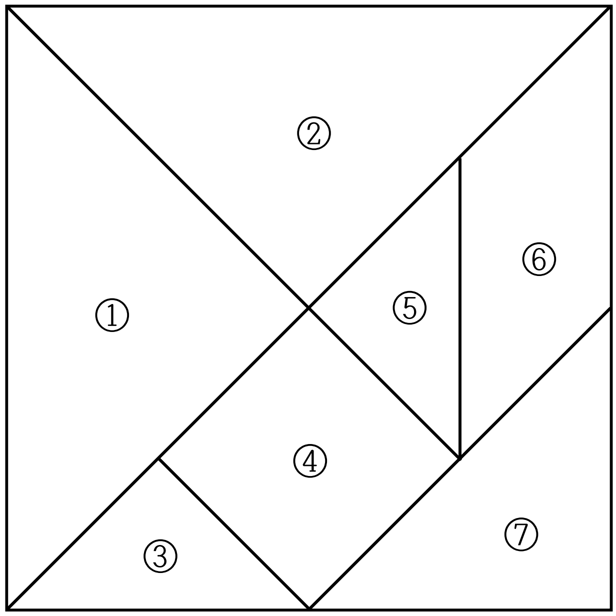


$\frac{4}{6}$

· $\frac{2\times2}{3\times2}=\frac{4}{6}$　· $\frac{4\div2}{6\div2}=\frac{2}{3}$

· $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$, 분모, 분자에 같은 수를 곱하거나 나누어도 분수의 크기는 같다.

- 탱그램 7조각 중 ④번 정사각형의 넓이를 '1'이라고 할 때, 각 조각의 넓이를 나타내시오. 그리고 4조각으로 넓이가 $4\frac{1}{2}$인 삼각형을 만드는 아래 2가지 방법을 구체적으로 설명하고, 만들어 보시오.



왜 ③,⑤가 $\frac{1}{2}$인지 설명하도록 한다. 즉, ③과 ⑤는 겹쳐지므로 크기가 같고, ③과 ⑤로 ④가 만들어지므로 ③과 ⑤는 ④의 반인 $\frac{1}{2}$이다. ① 또는 ②는 ③, ④, ⑤로 만들어지므로 2이고, ⑥ 또는 ⑦은 ③과 ⑤로 만들어지므로 1이다.

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(2)	(2)	($\frac{1}{2}$)	(1)	($\frac{1}{2}$)	(1)	(1)

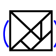
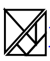
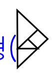
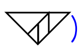
방법 1 7조각 중 넓이가 $4\frac{1}{2}$되도록 4조각을 선택해서 삼각형을 만든다.

Tip (①,②,③) 또는 (①,③,④,⑦)과 같이 넓이가 $4\frac{1}{2}$이 되도록 탱그램 조각을 선택한 다음에 그 조각들로 삼각형을 실제로 만들어 보도록 한다.

Tip (①,②,③)으로는 만들어지지 않으며, (①,③,④,⑦)로는 만들어지는데 (방법2)처럼 만드는 것보다는 쉽게 만들어지지 않는다.

Tip (방법1)과 비교하여 (방법2)처럼 이미 알고 있는 위의 정사각형을 만들어 놓고 이것을 바탕으로 넓이가 $4\frac{1}{2}$이 되는 삼각형을 어떻게 만들 것인가를 생각하도록 한다.

방법 2 이미 알고 있는 위의 7조각 정사각형에서 어떻게 4조각 삼각형을 만들 것인가를 생각해 본다.

Tip 위의 정사각형에서 생각해 보면, (①,③,④,⑦) 또는 (②,⑤,⑥,⑦)의 넓이가 $4\frac{1}{2}$인데 (①,③,④) 또는 (②,⑤,⑥)이 거의 삼각형 모양이므로 ⑦번을 ⑥번 또는 ③번에 돌려 붙여서 간단하게 만들면 된다. 기본 탱그램()을 이용하려고 하고, 7조각으로 삼각형을 만들 때와 다른 생각 즉, 발전적인 생각 (가 아니라 )으로 간단히 4조각 삼각형( )을 만든다.

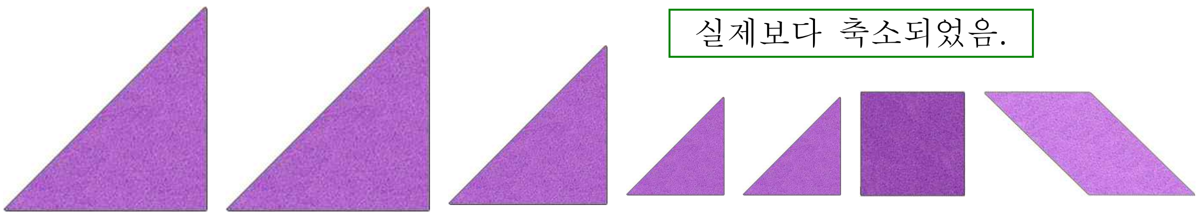
- 위의 **방법 1** 과 **방법 2** 를 비교하시오.

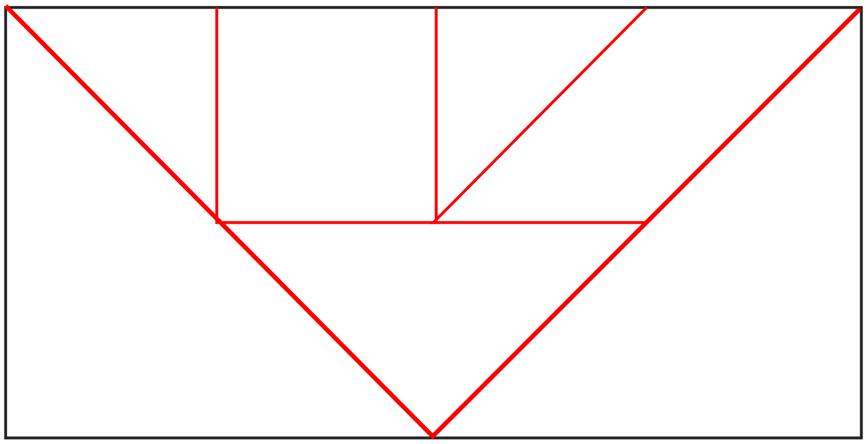
Tip (방법1)처럼 하면 쉽게 만들어지지 않는데 (방법2)처럼 하면 빠르고 정확하게 만들 수 있다. 이미 알고 있는 것을 바탕으로 생각을 해서 만드는 것 즉, 수학적인 방법으로 만드는 것이 좋다.

탐구2 시행착오적인 방법과 수학적인 방법 비교하기

- 탱그램 7조각을 한 줄로 늘어놓으시오. 그리고 7조각을 모두 사용해서 다음 직사각형을 만들어 보시오.

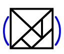
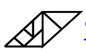
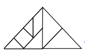
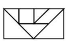
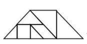
실제보다 축소되었음.





Tip 잠깐동안 만들면 쉽게 만들어지지 않으며, 만들었다고 해도 어떻게 만들었는지 분명하게 말할 수 없음을 경험하도록 한다.

- 위와 같이 탱그램 7조각으로 도형을 만들 때, 7조각을 적당히 늘어놓아서 도형을 만드는 것을 '시행착오적인 방법'이라고 하고, 이미 알고 있는 정사각형을 만들어 놓고 어떻게 옮겨서 주어진 도형을 만들 것인가를 생각하여 빠르고 정확하게 만드는 것을 '수학적인 방법'이라고 합니다. 탱그램 7조각을 사용하여 수학적인 방법으로 평행사변형, 삼각형, 직사각형, 사다리꼴을 만들어보시오.

Tip 탱그램 7조각으로 여러 가지 도형을 꼬리에 꼬리를 무는 방법으로 만든다. 즉, 기본 탱그램()에서 큰 삼각형 2조각을 오른쪽으로 밀어서 와 같이 평행사변형을 만들고, 평행사변형에서 큰 삼각형 1조각을 아래로 돌리거나 뒤집어서 와 같이 삼각형을 만들고, 또 다시 삼각형에서 큰 삼각형 1조각을 돌리거나 뒤집어 붙여서  와 같이 직사각형과 사다리꼴을 만든다.

한박사의 스토리텔링

분수의 나눗셈 공부는 어떻게 해야 할까요?

분수의 나눗셈을 공부한 학생들을 대상으로 여러 해에 걸쳐서 다음과 같은 문제로 검사를 하였습니다.

단원 학습 내용	계산 검사 문항	서술, 논술형 문항
① (자연수)÷(자연수)의 몫을 분수로 나타내기	$3 \div 8$	⑤ 왜, 어떻게 $\frac{2}{3} \div 5$를 $\frac{2}{3} \div 5$를 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$과 같이 계산해도 되는지 자신의 생각을 써 보세요.
② (진분수)÷(자연수) 계산	$\frac{4}{5} \div 7$	
③ (가분수)÷(자연수) 계산	$\frac{11}{8} \div 2$	
④ (대분수)÷(자연수) 계산	$1\frac{1}{2} \div 4$	

위의 ①번부터 ④까지의 계산 기능 문제는 대부분의 학생들이 쉽게 계산하였지만 계산 원리를 바르게 이해하고 있는가를 묻는 ⑤번은 무응답이거나 '역수' 라는 기계적인 대답뿐이었습니다. 이 단원의 성취기준은 '분수의 나눗셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.' 입니다. 그러니까 먼저 학생 스스로 '계산 원리 이해' 를 배운 다음에 '계산할 수 있다' 라는 계산 기능을 길러야 합니다. 계산 방법을 학생 스스로 발견하는 과정을 통해서 계산 원리를 이해해야 계산 기능(내용)이 아니라 생각하는 힘(추론, 창의융합 등의 역량)을 기를 수 있습니다. '내용' 이 아니라 '역량' 을 길러야 창의융합형 인재가 될 수 있습니다. '분수의 나눗셈은 무조건 뒤집어서 곱해' 라고 누군가가 가르쳐 준대로 계산만 한다면 왜, 어떻게 $\frac{2}{3} \div 5$를 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$ 과 같이 계산해도 되는지 알 수가 없습니다. 그러니까 이 책의 10-13쪽처럼 이미 알고 있는 것을 바탕으로 여러분 스스로 분수의 나눗셈을 하는 여러 가지 방법을 발견하고, 그 방법들을 비교해서 어느 방법이 가장 좋은지를 판단하는 공부를 해야 합니다. 그래야 위의 ⑤번 문제에 다음과 같이 답할 수 있을 것입니다.

- 왜 $\frac{2}{3} \div 5$ 를 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$과 같이 계산합니까?

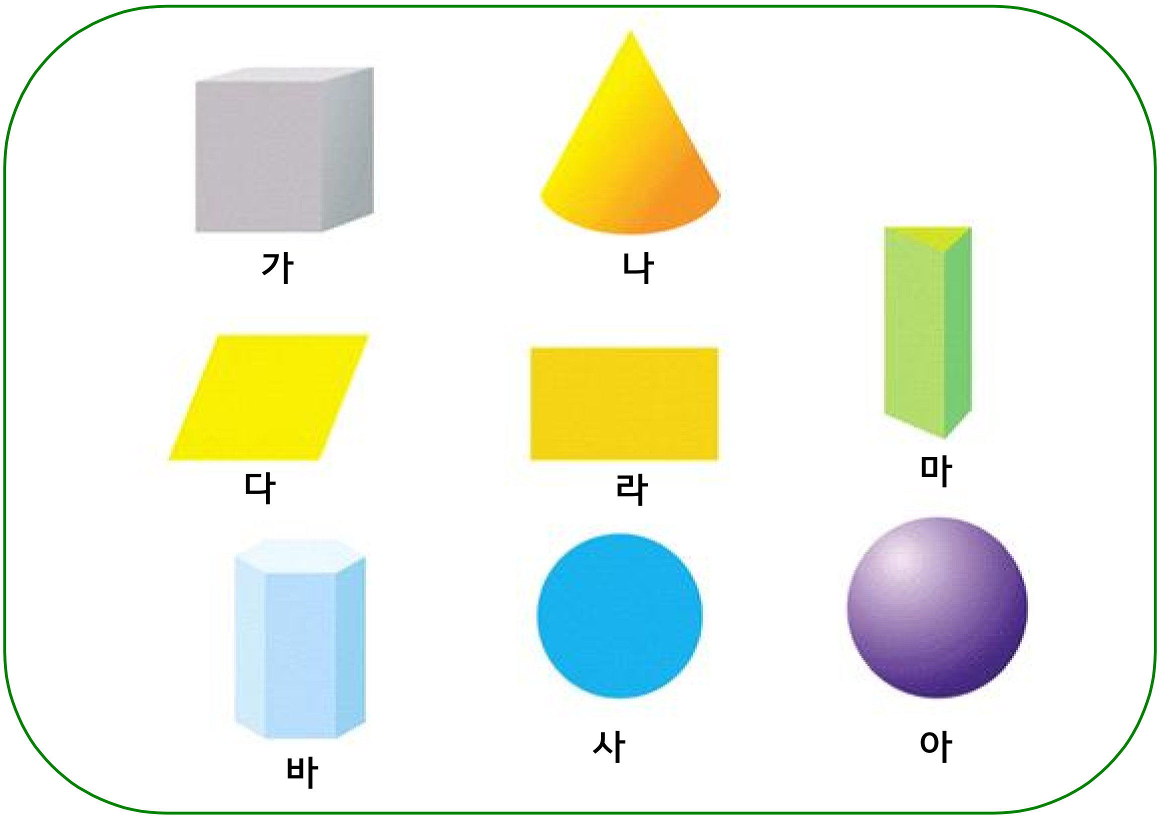
  $\frac{2}{3} \div 5$를 그림으로, $\frac{\blacktriangle}{\bullet} \div \blacksquare = \frac{\blacktriangle \div \blacksquare}{\bullet}$와 같은 방법으로, 곱셈을 생각해서, 분수의 곱셈으로 고쳐서 등 여러 가지 방법으로 알아 볼 수 있는데 이미 알고 있는 분수의 곱셈으로 고쳐서 계산하는 방법이 가장 편해서(좋아서) $\frac{2}{3} \div 5$를 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$와 같이 계산한다.

- 분수의 나눗셈 $\frac{2}{3} \div 5$를 어떻게 해서 분수의 곱셈 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$으로 바꿀 수 있습니까?

  $\frac{2}{3} \div 5$를 가장 쉬운 나눗셈 ★÷1로 고쳐서 계산하기 위하여 $\frac{2}{3}$와 5에 각각 $\frac{1}{5}$을 곱하면 $\frac{2}{3} \div 5 = (\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}) \div (5 \times \frac{1}{5}) = (\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}) \div 1 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$와 같이 고쳐진다.

2-1 각기둥 알아보기

생각 1 다음 도형을 보고, 여러 가지로 분류하는 기준을 생각해 봅시다.



- 가, 나, 마, 바, 아와 다, 라, 사로 분류하였다면 어떤 기준입니까?

Tip 다는 평행사변형, 라는 직사각형, 사는 원으로 평면도형이다.

입체로 이루어진 도형(가, 나, 마, 바, 아)와 평면으로 이루어진 도형(다, 라, 사)

- 가, 나, 마, 바, 아와 같은 도형을 무엇이라고 합니까?

입체도형

Tip 평면으로 이루어진 도형을 평면도형이라고 한 것처럼 입체로 이루어진 도형을 입체도형이라 한다.

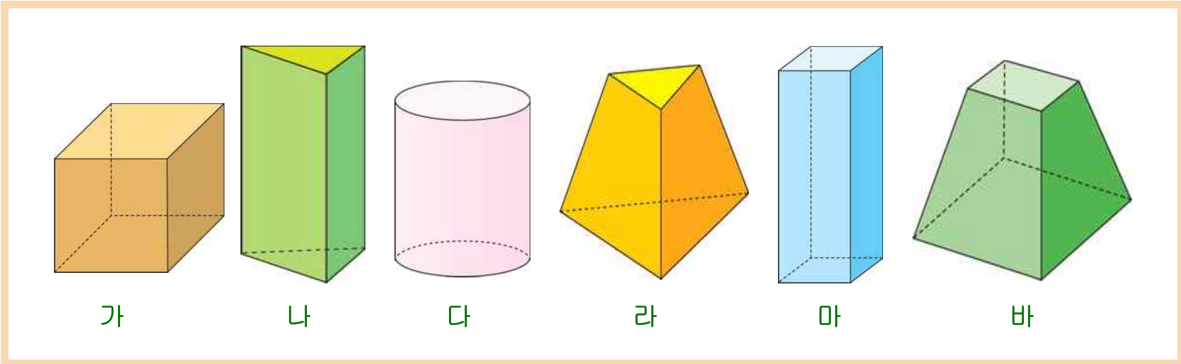
- 가, 나, 아와 같이 생긴 물건의 이름을 말해보시오.

가 : 주사위, 필통, 여러 가지 상자 등

나 : 아이스크림, 꼬깔콘 등

아 : 야구공, 축구공, 도넛 등

생각 2 입체도형을 보고, 여러 가지로 분류하는 기준을 생각해 봅시다.



- 위의 모든 도형의 공통점은 무엇입니까?

  입체도형이다. 위와 아래에 있는 면이 평행이다.

- 가, 나, 다, 마와 라, 바로 분류하였다면 어떤 기준입니까?

  Tip 잘 못 찾으면 38쪽 다시 생각하기의 합동의 개념을 확인한다.

  위와 아래에 있는 면이 합동인 도형(가, 나, 다, 마)과 아닌 도형(라, 바)

- 가, 나, 마와 다, 라, 바로 분류하였다면 어떤 기준입니까?

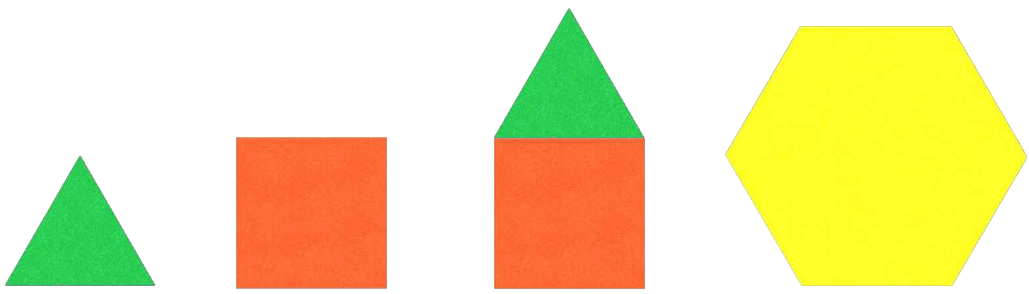
  위와 아래에 있는 면이 서로 합동인 다각형(가, 나, 마)과 아닌 도형(다, 라, 바)

  Tip 다는 합동이지만 다각형이 아니다.

- 가, 나, 마는 어떤 입체도형인지 '평행'과 '합동'의 용어를 사용하여 말해 보시오.

  위와 아래에 있는 면이 서로 평행이고 합동인 다각형으로 이루어진 입체도형

생각 3 위의 가, 나, 마와 같은 입체 도형을 각기둥이라고 합니다. 창의수학교구 중 다음 블록을 각각 7개씩 쌓아 각기둥을 만들고, 공통점을 찾아보시오.



위와 아래에 있는 면이 평행이다.

Tip 기둥의 밑바탕(base)이 되는 면으로 위와 아래에 있는 두 면을 밑면이라 한다.

위와 아래 있는 면이 다각형(삼각형, 사각형, 오각형, 육각형)이다.

Tip 밑면의 모양에 따라 삼각기둥, 사각기둥,… 이라고 한다.

옆에 있는 면 즉, 위와 아래에 있는 면에 수직인 면들은 직사각형이다.

Tip 밑면에 수직인 면을 옆면이라 한다.

Tip 옆면 중에는 평행인 면도 있지만 모든 각기둥의 공통점은 아니다.

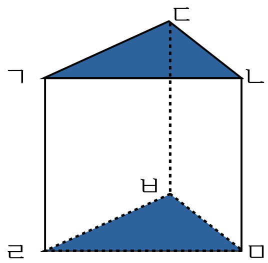
생각 4 각기둥에 대하여 알아봅시다.

- 서로 만나지 않는 두 면을 말하여 보시오.

  면 ㄱㄴㄷ과 면 ㄹㅁㅂ

- 서로 만나지 않는 두 면을 파란색으로 칠하여 보시오.

  Tip 기둥의 밑바탕(base)이 되는 면으로 위와 아래에 있는 서로 만나지 않는 두 면을 밑면이라 한다.



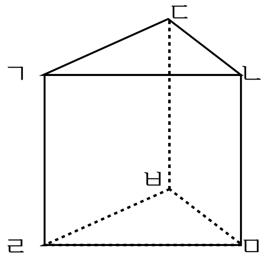
- 파란색으로 칠한 면에 수직인 면을 모두 써 보시오.

  면 ㄱㄹㅁㄴ, 면 ㄴㅁㅂㄷ, 면 ㄷㅂㄹㄱ

  Tip 밑면에 수직인 면을 옆면이라 한다.

- 면과 면이 만나서 생기는 선을 파란색으로 표시하여 보시오. 9군데

  Tip 9개의 모서리를 모두 파란색으로 색칠하도록 한다.



- 선과 선이 만나서 생기는 곳을 빨간색으로 표시하여 보시오. 6군데

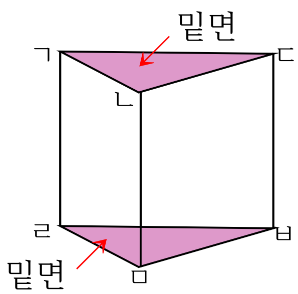
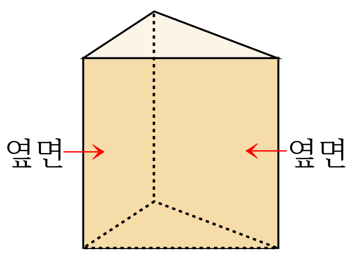
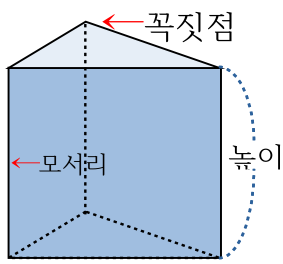
  Tip 6개의 꼭짓점을 모두 빨간색으로 표시한다.

- 두 밑면 사이의 거리는 어디를 재면 된다고 생각합니까?

  모서리ㄱㄹ(또는 모서리ㄴㅁ, 모서리ㄷㅂ)를 재도 되고, 두 밑면에 수직인 선분을 옆면에 그려서 재도 된다.

- 왜 그렇게 생각합니까?

  Tip 일반적으로 거리는 최단 거리를 말하므로 두 밑면 사이의 거리도 두 밑면에 수직인 여러 선분을 생각할 수 있는데, 그 중 하나가 모서리ㄱㄹ이다.

 위 그림의 면 ㄱㄴㄷ과 면 ㄹㅁㅂ과 같이 서로 평행인 두 면을 **밑면**이라고 합니다.	 위 그림과 같이 밑면에 수직인 면을 **옆면**이라고 합니다.	 각기둥에서 면과 면이 만나는 선을 **모서리**라고 하고, 모서리와 모서리가 만나는 점을 **꼭짓점**이라고 하며, 두 밑면 사이의 거리를 **높이**라고 합니다.

생각 5 각기둥의 이름을 알아봅시다.

가　　　　　　　　나

- 가, 나의 밑면의 모양은 서로 같습니까?

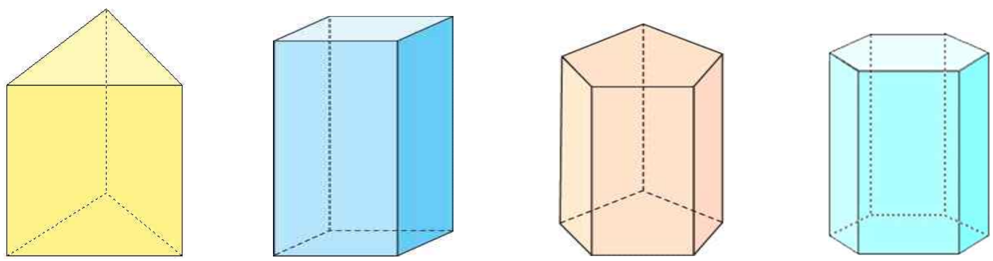
서로 다르다.

Tip 각기둥의 이름은 서로 다른 밑면의 모양에 따라 정한다.

- 가, 나의 옆면의 모양은 서로 같습니까?

서로 같다. 모두 직사각형이다.

- 다음 각기둥들의 서로 다른 점을 찾고, 각각의 이름을 어떻게 붙이면 좋을지 말해 보시오.



삼각기둥	사각기둥	오각기둥	육각기둥

Tip 두 밑면이 합동이고 평행이면 밑면에 수직인 옆면은 직사각형이라는 같은 점을 다시 한번 확인한 다음에 다른 점을 말해보도록 한다. 밑면의 모양과 모서리, 꼭짓점의 수를 살펴보도록 한다.

밑면의 모양이 삼각형, 사각형, 오각형, 육각형으로 다르다. 이름은 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, 육각기둥이다.

- 파란색 블록을 최대한 높이 쌓아 보시오. 쌓아 놓은 입체도형의 이름은 무엇입니까? 왜 그렇게 생각하였습니까?

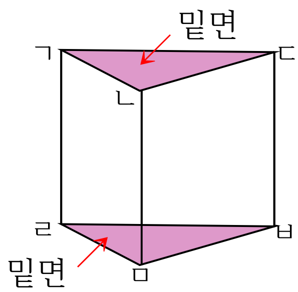
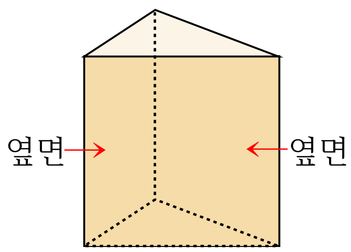
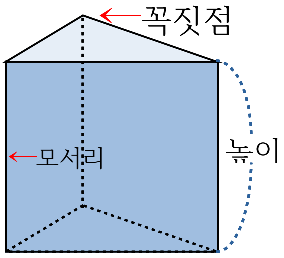
사각기둥, 왜냐하면 밑면이 사각형인 각기둥이기 때문이다.

이미 배운 것을 다시 생각하기

모양과 크기가 같아서 완전히 포개어지는 두 도형을 서로 **합동**이라고 합니다.
삼각형, 사각형, 오각형…과 같이 선분으로만 둘러싸인 도형을 **다각형**이라고 합니다.
서로 만나지 않는 두 직선 또는 두 면을 **평행**이라고 합니다.

알아낸 것 정리하기

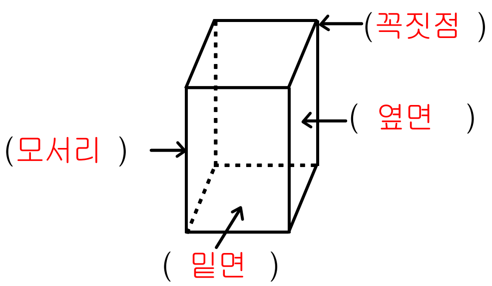
- 위와 아래에 있는 면이 서로 평행이고 합동인 다각형으로 이루어진 입체도형을 **각기둥**이라고 합니다.

		
위 그림의 면 ㄱㄴㄷ과 면 ㄹㅁㅂ과 같이 서로 평행인 두 면을 **밑면**이라고 합니다.	위 그림과 같이 밑면에 수직인 면을 **옆면**이라고 합니다.	각기둥에서 면과 면이 만나는 선을 **모서리**라고 하고, 모서리와 모서리가 만나는 점을 **꼭짓점**이라고 하며, 두 밑면 사이의 거리를 **높**이라고 합니다.

각기둥은 밑면의 모양에 따라 **삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, …** 이라고 합니다.

알아낸 것 익히기

- 각기둥의 여러 가지 구성 요소를 쓰고, 주황색 블록 5개로 각기둥을 만들어 각 구성 요소를 확인해 보면서 각각의 개수와 뜻을 쓰시오.



밑면 (2)개	뜻: 서로 만나지 않는 두 면
옆면 (4)개	뜻: 밑면에 수직인 면
모서리 (12)개	뜻: 면과 면이 만나는 선
꼭짓점 (8)개	뜻: 모서리와 모서리가 만나는 점

알아낸 것 익히기

- 각기둥을 보고, 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣으시오.

	한 밑면의 변의 수	면의 수	모서리의 수	꼭짓점의 수
삼각기둥	3	5	9	6
육각기둥	6	8	18	12

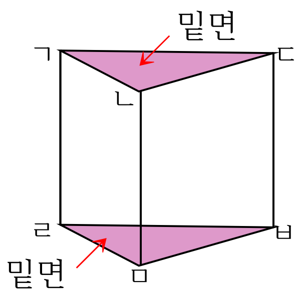
창의 서술·논술형 평가

- 다음 도형은 각기둥입니까? 왜 그렇게 생각하였습니까?

밑면이 다각형이 아니어서 각기둥이 아니다. 원기둥이다

위와 아래에 있는 면이 합동이 아니어서 각기둥이 아니다.

- 왜 각기둥에서 위와 아래에 있는 면을 윗면, 아랫면이라고 하지 않고 밑면이라고 합니까?

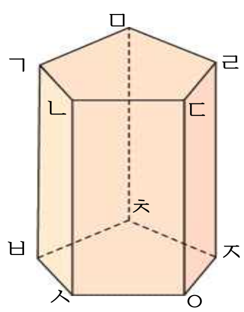


위와 아래에 있는 면이 평행이고 합동인 다각형으로 이루어진 각기둥은 공간상에서 돌려지거나 뒤집어져 놓일 수 있다. 만약에 옆의 삼각기둥에서 면 ㄱㄴㄷ을 윗면, 면ㄹㅁㅂ을 아랫면이라 한다면, 이 각기둥을 180°돌려 놓았을 때 윗면과 아랫면이 바뀌어 혼란스럽고, 똑같기 때문에 그렇게 부를 필요도 없다.

Tip 각기둥에서 밑면은 아래(밑에)에 있는 면이라는 뜻이 아니라 각기둥을 이루는 밑바탕(base)이 되는 면이라는 뜻이다.

좀 더 알아보기

- 각기둥에서 면 ㄱㄴㄷㄹㅁ에 수직인 면을 모두 찾아 쓰시오.



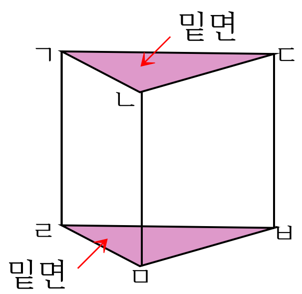
면 ㄱㄴㅅㅂ, 면 ㄴㄷㅇㅅ, 면 ㄷㄹㅈㅇ
면 ㄹㅁㅊㅈ, 면 ㅁㄱㅂㅊ

풀이생각쓰기 온라인학습

공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.

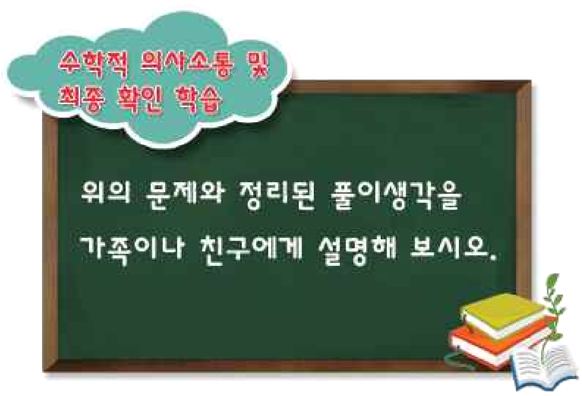
창의 서술·논술형 평가 612-1

왜 각기둥에서 위와 아래에 있는 면을 윗면, 아랫면이라고 하지 않고 밑면이라고 합니까?



풀이생각

위와 아래에 있는 면이 평행이고 합동인 다각형으로 이루어진 각기둥은 공간상에서 돌려지거나 뒤집어져 놓일 수 있다. 만약에 옆의 삼각기둥에서 면 ㄱㄴㄷ을 윗면, 면ㄹㅁㅂ을 아랫면이라 한다면, 이 각기둥을 180°돌려놓았을 때 윗면과 아랫면이 바뀌어 혼란스럽고, 똑같기 때문에 그렇게 부를 필요도 없다.



스스로 온라인 학습 공부한 내용을 바탕으로 스스로 정리해 봅시다.

내가 쓴 글을 홈페이지 (창의수학교육연구소 또는 http://chammath.kr)의 '스스로 학습'에 올려 보고, 친구들의 글과 비교하여 봅시다.

내가 오늘 수학 공부에서 배운 것은

_______________________________ 입니다.

그리고 오늘 수학 공부에서 새롭게 알게 된 것과 느낀 점은

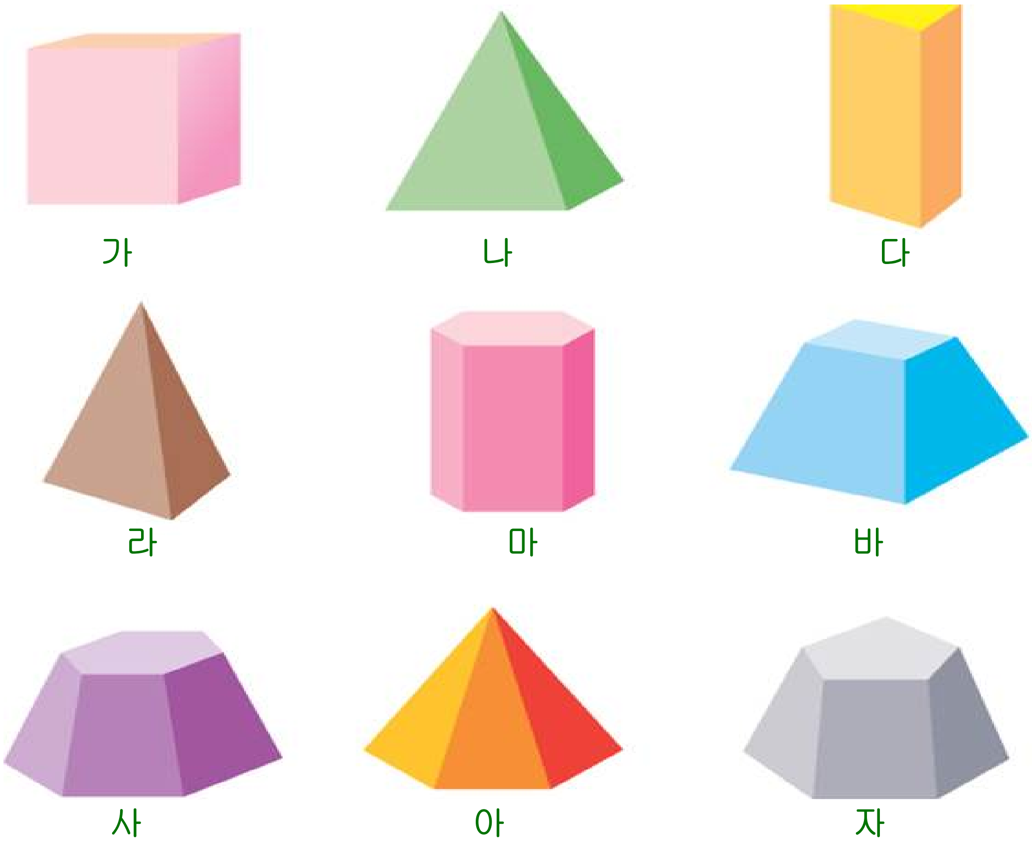
____

_______________________________ 입니다.

■ 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기 ■ 수학 일기 쓰기
■ 수학 동시 쓰기 ■ 수학 만화 그리기 ■ 수학 마인드 맵 그리기

2-2 각뿔 알아보기

생각 1 입체도형을 보고 여러 가지로 분류하는 기준을 생각해 봅시다.



- 위의 모든 도형의 공통점은 무엇입니까?

  입체도형이다. 밑에 있는 면이 다각형이다.

- 가,다,마와 나,라,바,사,아,자로 분류하였다면 어떤 기준입니까?

  Tip 잘못 찾으면 전 시간에 배운 각기둥의 개념을 확인한다.

  각기둥인 도형(가, 다, 마)과 아닌 도형

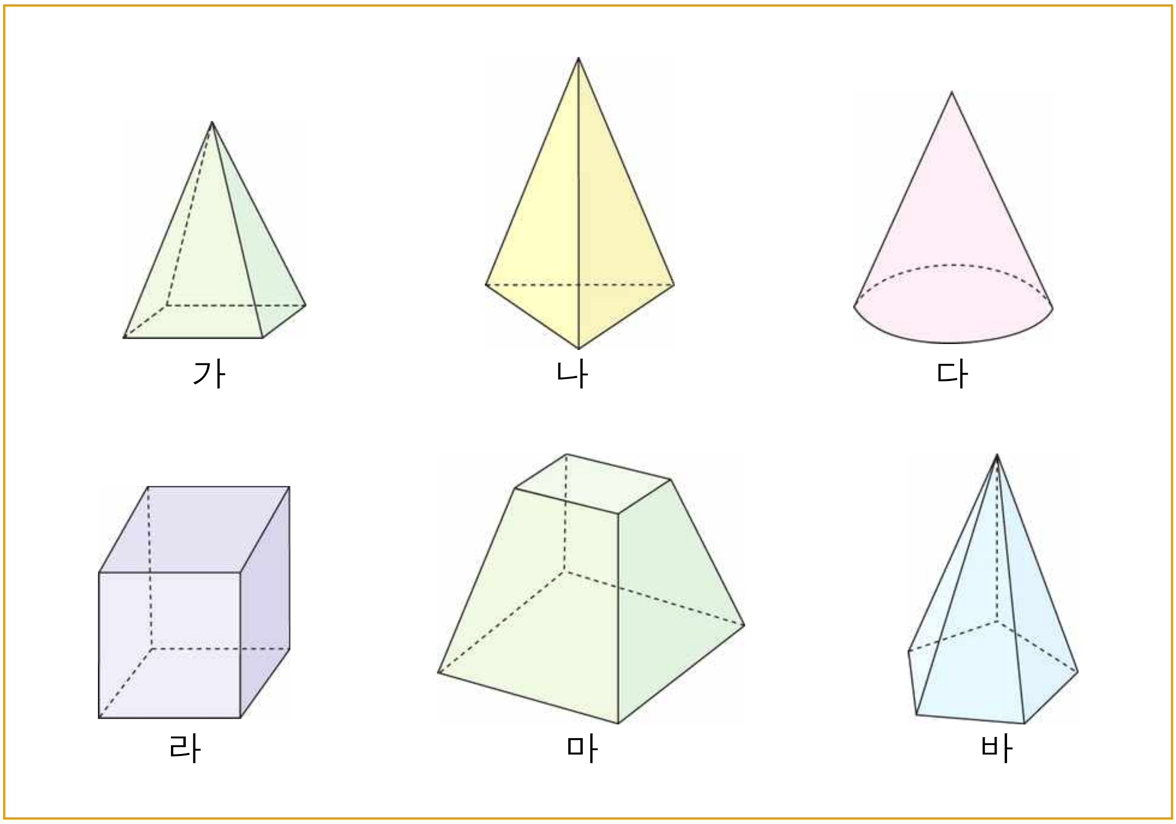
- 나,라,아와 가,다,마,바,사,자로 분류하였다면 어떤 기준입니까?

  뿔 모양인 것과 아닌 것, 밑면이 1개인 것과 아닌 것 또는 옆면이 삼각형인 것(나, 라, 아)과 아닌 것

- 나,라,아와 같은 입체도형을 각뿔이라고 합니다. 각뿔은 어떤 입체도형인지 '다각형'과 '삼각형'의 용어를 사용하여 말해보시오.

  각뿔은 밑면이 다각형이고, 옆면이 삼각형인 입체도형이다.

생각 2 입체도형을 보고, 물음에 답하시오.



- 밑면이 다각형인 도형은 어느 것입니까?

  가, 나, 라, 마, 바

- 옆면이 삼각형인 도형은 어느 것입니까?

  가, 나, 바

- 밑면이 다각형이고 옆면이 삼각형인 도형은 어느 것입니까?

  가, 나, 바

- 각뿔은 어느 것입니까?

  가, 나, 바

  Tip 밑면이 다각형이고, 옆면이 삼각형인 입체도형이 각뿔이다.

- 다는 왜 각뿔이 아닙니까?

  밑면이 다각형이 아니기 때문이다.

- 마는 왜 각뿔이 아닙니까?

  옆면이 삼각형이 아니기 때문이다.

생각 3 각뿔에 대하여 알아봅시다.

- 밑에 있는 면을 말하여 보시오.

  면 ㄴㄷㄹㅁ

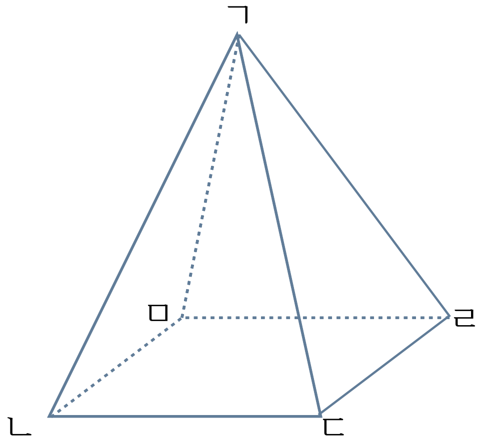
- 밑에 있는 면을 파란색으로 칠하여 보시오.

- 옆으로 둘러싸인 면은 몇 개입니까?

  4개

- 옆으로 둘러싸인 면을 각각 말하여 보시오.

  면 ㄱㄴㄷ, 면 ㄱㄷㄹ, 면 ㄱㄹㅁ, 면 ㄱㅁㄴ



- 면과 면이 만나서 생기는 선을 노란색으로 표시하여 보시오.

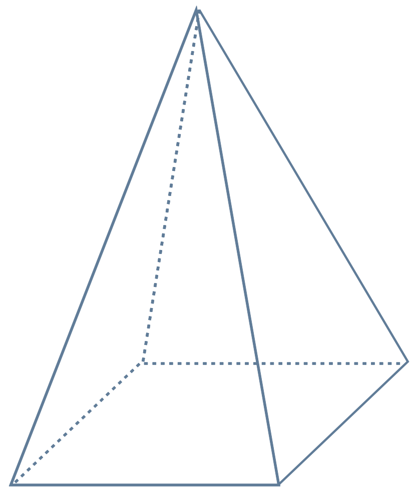
  Tip 8개의 모서리

- 선과 선이 만나서 생기는 곳을 빨간색으로 표시하여 보시오.

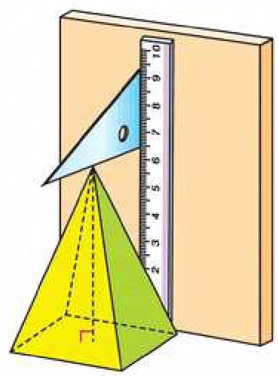
  Tip 5군데의 꼭짓점

- 모든 옆면이 만나서 생기는 곳을 검정색으로 표시하여 보시오.

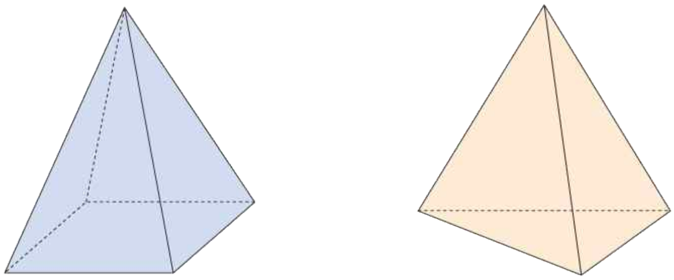
  Tip 꼭짓점 중에 1군데의 각뿔의 꼭짓점



- 각뿔의 꼭짓점에서 밑면에 수직인 선분의 길이를 **높이**라고 합니다. 그런데 실제로 각뿔의 꼭짓점에서 밑면에 수직인 선분을 그릴 수 없기 때문에 오른쪽의 그림처럼 자와 삼각자를 이용하여 높이를 잽니다.



생각 4 각뿔의 이름을 알아봅시다.



가 나

- 가와 나의 밑면의 모양은 서로 같습니까?

  서로 다르다.

  Tip 서로 다른 밑면을 기준으로 각뿔의 이름을 정한다.

- 가와 나의 옆면의 모양은 서로 같습니까?

  삼각형으로 서로 같다.

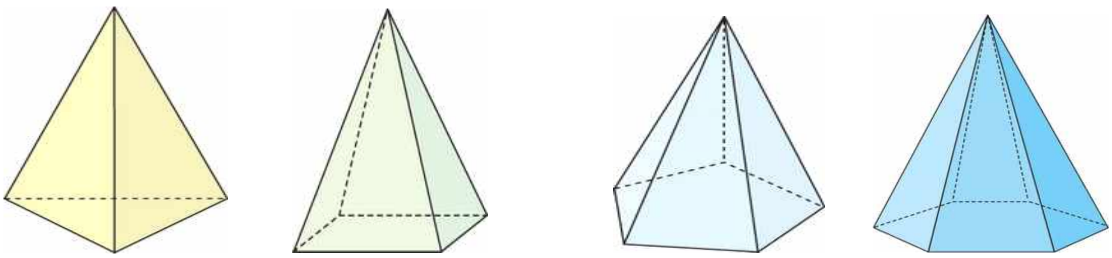
- 밑면의 모양은 각각 어떤 도형입니까?

  가는 사각형, 나는 삼각형

- 도형 가와 나의 이름은 무엇이라고 생각합니까?

  가는 사각뿔, 나는 삼각뿔

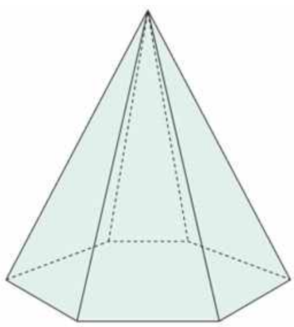
- 다음 각뿔들의 서로 다른 점을 찾고, 각각의 이름을 어떻게 붙이면 좋은지 말해보시오.



Tip 밑면이 다각형이고 옆면이 삼각형이라는 공통점을 먼저 확인한 다음에 다른 점을 찾도록 한다.

밑면의 모양이 삼각형, 사각형, 오각형, 육각형으로 다르다, 이름은 각기둥처럼 삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔, 육각뿔이다.

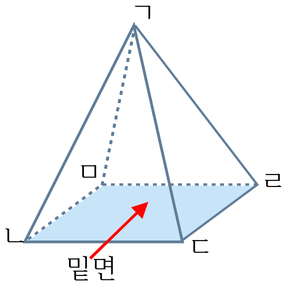
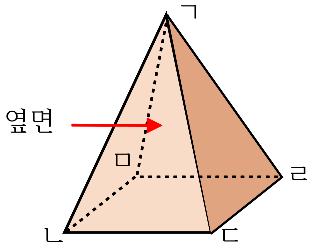
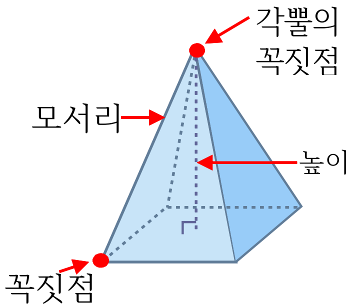
- 다음 각뿔을 보고 빈칸에 알맞은 수를 써 보시오.



밑면의 변의 수	6
면의 수	7
모서리의 수	12
꼭짓점의 수	7

알아낸 것 정리하기

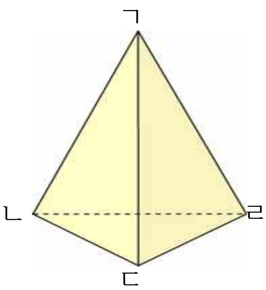
밑면이 다각형이고, 옆면이 삼각형인 입체도형을 각뿔이라고 합니다.

		
위 그림의 사각뿔에서 면 ㄴㄷㄹㅁ을 밑면이라고 합니다.	위 그림과 같이 옆으로 둘러싸인 면을 옆면이라고 합니다.	위 그림과 같이 면과 면이 만나는 선을 모서리라 하고, 모서리와 모서리가 만나는 점을 꼭짓점이라고 합니다.

옆면을 이루는 모든 삼각형의 공통인 꼭짓점을 **각뿔의 꼭짓점**이라고 합니다. 각뿔의 꼭짓점에서 밑면에 수직인 선분의 길이를 **높이**라고 합니다. 각뿔의 이름은 밑면의 모양에 따라 **삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔,** … 이라고 합니다.

알아낸 것 익히기

- 각뿔에서 각각의 개수를 쓰고, 물음에 답하시오.

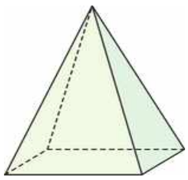


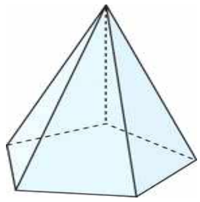
밑면의 변의 수	면의 수	모서리의 수	꼭짓점의 수
3	4	6	4

- 밑면은 몇 개입니까? 또 옆면은 몇 개입니까?
  밑면의 1개, 옆면 3개
- 각뿔의 꼭짓점은 어느 것입니까? 점 ㄱ
- 밑면의 도형 이름과 각뿔의 이름은 무엇입니까?
  삼각형, 삼각뿔

알아낸 것 익히기

각뿔을 보고, 빈칸에 알맞은 수를 써 넣으시오.

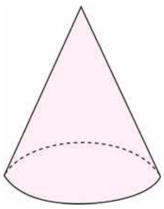




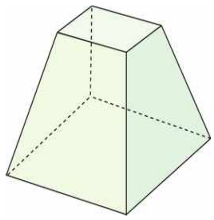
	밑면의 변의 수	면의 수	모서리의 수	꼭짓점의 수
사각뿔	4	5	8	5
오각뿔	5	6	10	6

창의 서술·논술형 평가

- 다음 도형은 각뿔입니까? 왜 그렇게 생각하였습니까?



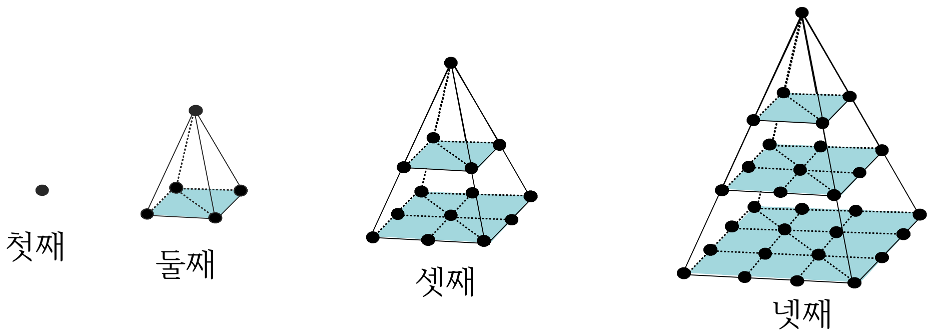
밑면이 다각형이 아니어서 각뿔이 아니다. 원뿔이다.



옆면이 삼각형이 아니어서 각뿔이 아니다.
Tip 사각뿔의 윗부분을 자른 모양이다.

좀 더 알아보기

아래의 그림에서 정사각형에 있는 점의 수는 **사각수**라고 하고, 정사각뿔 전체에 있는 점의 수를 **사각뿔수**라고 합니다. 즉, 첫째 사각뿔수는 1이고, 둘째 사각뿔수는 5, 셋째 사각뿔수는 14, …와 같이 점점 늘어납니다. 일곱째 사각뿔수를 구하시오.



일곱째 사각뿔 수는 첫째 사각수부터 일곱째 사각수까지의 합이고 각 사각수는 1×1, 2×2, 3×3, 4×4, … 7×7과 같으므로 1+4+9+16+25+36+49=140이다.

Tip 첫째 사각뿔 수는 1, 둘째 사각뿔수는 1+4(1×1+2×2), 셋째 사각뿔수는 1+4+9(1×1+2×2+3×3)과 같은 규칙으로부터 일곱째 사각뿔수를 구한다.

풀이생각쓰기 온라인학습

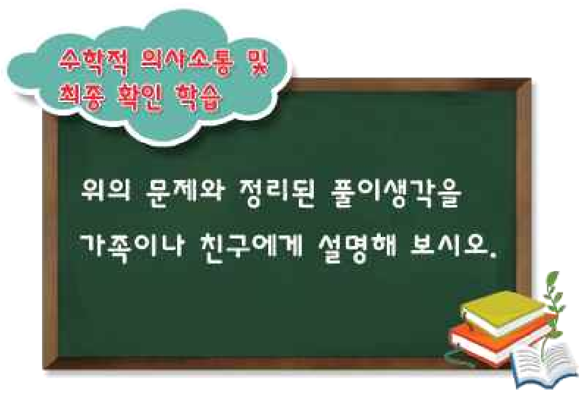
공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.

창의 서술·논술형 평가 612-2

이집트 피라미드를 인터넷에서 찾아보시오. 그리고 왜 피라미드(pyramid)라고 했는지 이유를 설명해 보시오.

풀이생각

피라미드(pyramid)라는 말이 끝이 뾰족한 모양이나 건축물을 나타내므로 위의 사각뿔 모양의 무덤을 피라미드라고 했다.



스스로 온라인 학습 공부한 내용을 바탕으로 스스로 정리해 봅시다.

내가 쓴 글을 홈페이지 (창의수학교육연구소 또는 http://chammath.kr)의 '스스로 학습'에 올려 보고, 친구들의 글과 비교하여 봅시다.

내가 오늘 수학 공부에서 배운 것은

입니다.

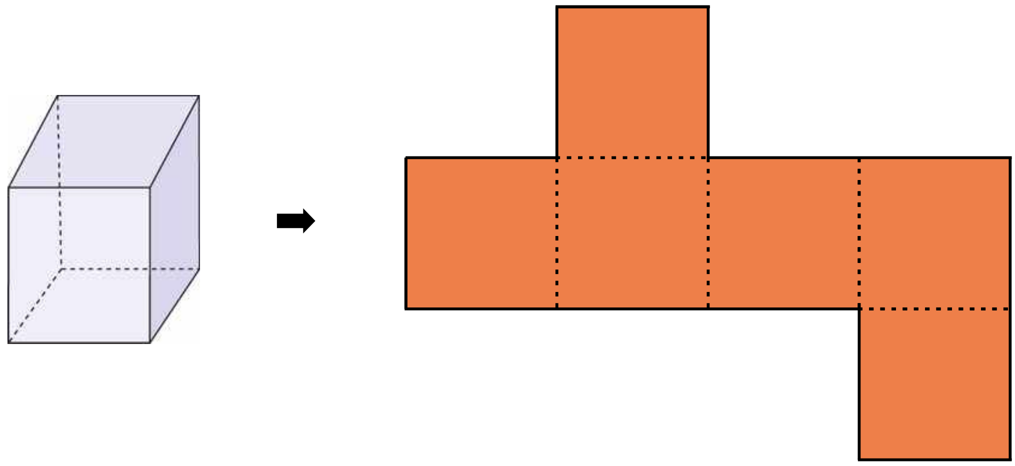
그리고 오늘 수학 공부에서 새롭게 알게 된 것과 느낀 점은

입니다.

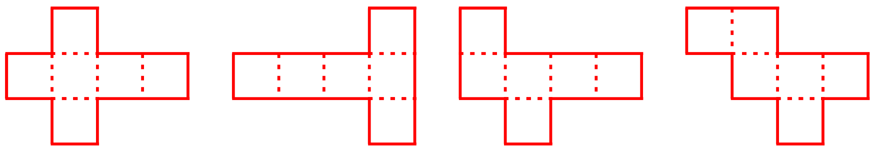
- 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기
- 수학 일기 쓰기
- 수학 동시 쓰기
- 수학 만화 그리기
- 수학 마인드 맵 그리기

2-3 각기둥과 각뿔의 전개도 알아보기

생각 1 그림과 같이 각기둥의 모서리를 잘라서 펼쳐 놓은 그림을 각기둥의 전개도라고 합니다. 주황색 블록 6개로 사각기둥의 전개도를 여러 가지 방법으로 만들어 보시오.

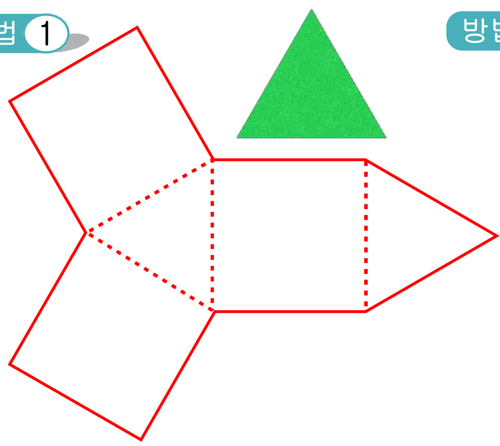


Tip 사각기둥의 전개도는 5학년 때 배운 직육면체의 전개도와 같고 아래에 제시된 것 이외에도 여러 가지(11가지)로 만들 수 있다.

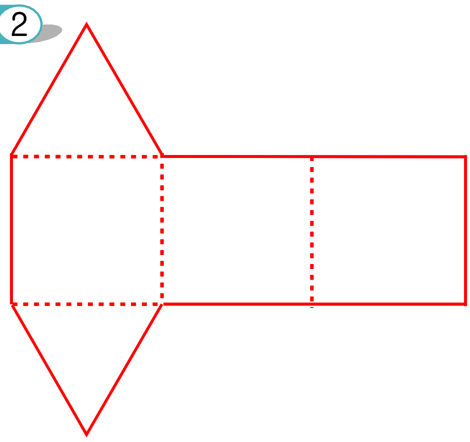


생각 2 녹색 블록 4개를 쌓아서 삼각기둥을 만들어 보시오. 그리고 이 삼각기둥의 전개도를 녹색과 주황색 블록을 이용하여 2가지 방법으로 만들어 보시오.

방법 1

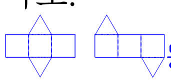


방법 2



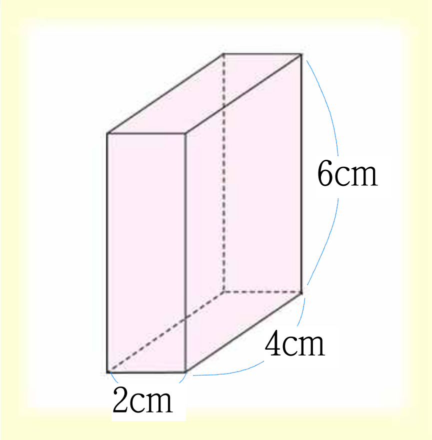
Tip 녹색 블록 4개를 쌓은 삼각기둥의 옆면의 모양과 크기는 주황색 정사각형블록과 같다.

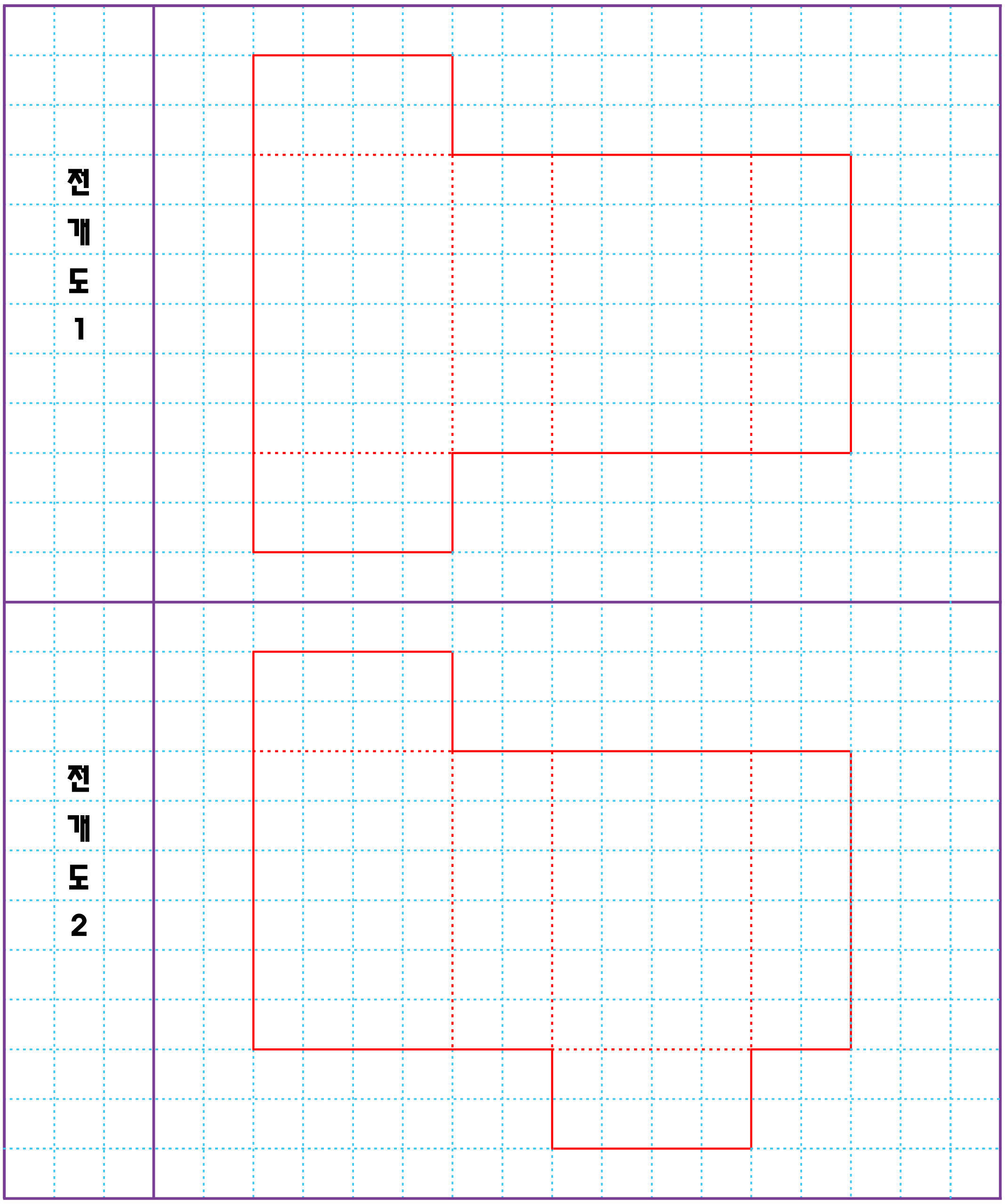
- 다른 종이에 전개도를 그리고 실선을 따라 오린 다음 점선을 따라 접어서 삼각기둥을 만들어 보시오.

Tip 삼각기둥의 전개도는 등 여러 가지로 만들 수 있다.

Tip 전개도가 되도록 블록을 놓고 본을 떠서 전개도를 그리도록 한다.

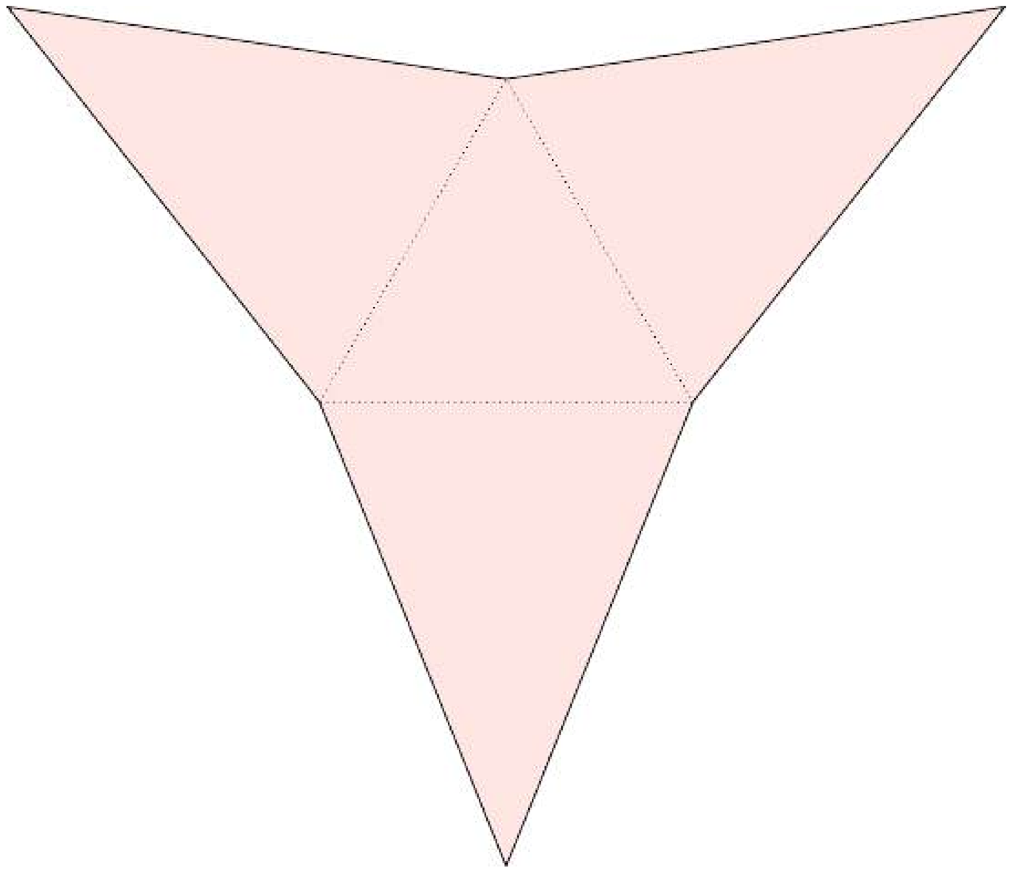
생각 3 사각기둥의 전개도를 모눈종이 위에 두 가지 방법으로 그려 봅시다.





Tip 이밖에도 여러 가지 방법으로 그릴 수 있다.

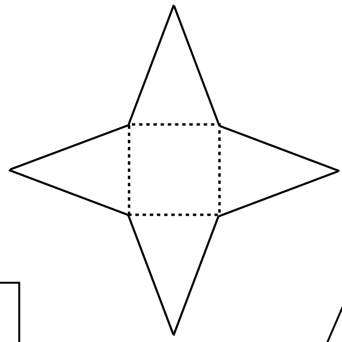
생각 4 전개도를 가지고 삼각뿔을 만들어 봅시다.



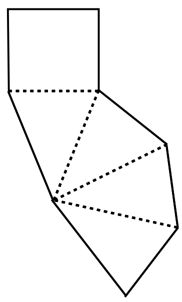
- 위에 있는 삼각뿔의 전개도를 복사하시오.
- 실선을 따라 오리시오.
- 모서리가 맞닿은 곳을 테이프로 붙여보시오.

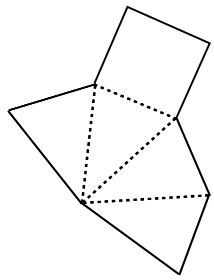
생각 5 그림과 같이 각뿔의 모서리를 잘라서 펼쳐 놓은 그림을 각뿔의 전개도라고 합니다. 밑면이 정사각형인 사각뿔의 서로 다른 전개도 중에 아래의 전개도를 제외한 나머지 전개도는 어떤 경우인지 쓰고, 그리시오.

■ 옆면이 모두 떨어져 있는 경우

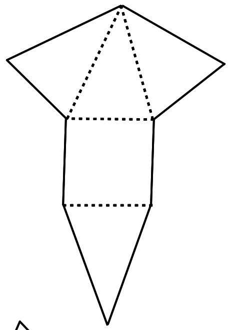


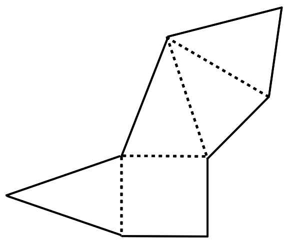
■ 옆면이 모두 붙어 있는 경우



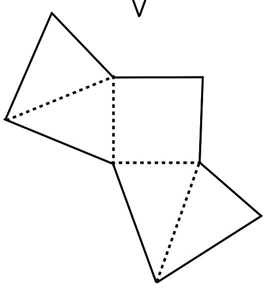


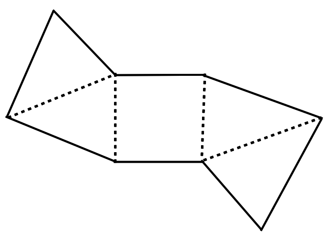
■ 옆면이 3개 붙어 있는 경우

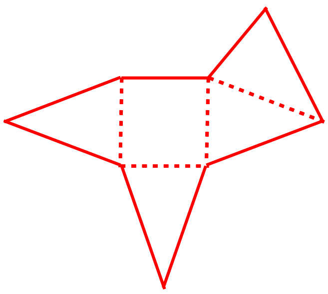




■ 옆면이 2개씩 붙어 있는 경우





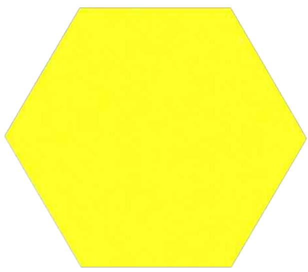
경우	전 개 도
옆면이 2개는 붙어 있고 나머지 2개는 각각 떨어져 있는 경우	

Tip 사각뿔의 전개도는 위와 같이 모두 8개이고, 또 다른 것을 그렸다면 그것은 위의 것들 중에 돌리거나 뒤집으면 겹쳐지는 같은 것이다.

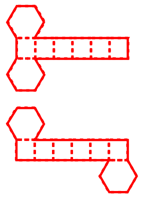
알아낸 것 익히기

- 노란색 블록 4개를 쌓아서 육각기둥을 만들어 보시오. 이 육각기둥의 전개도를 노란색과 주황색 블록으로 아래와 같이 만들 수 있습니다. 또 다른 방법으로 전개도를 만들어 보시오.

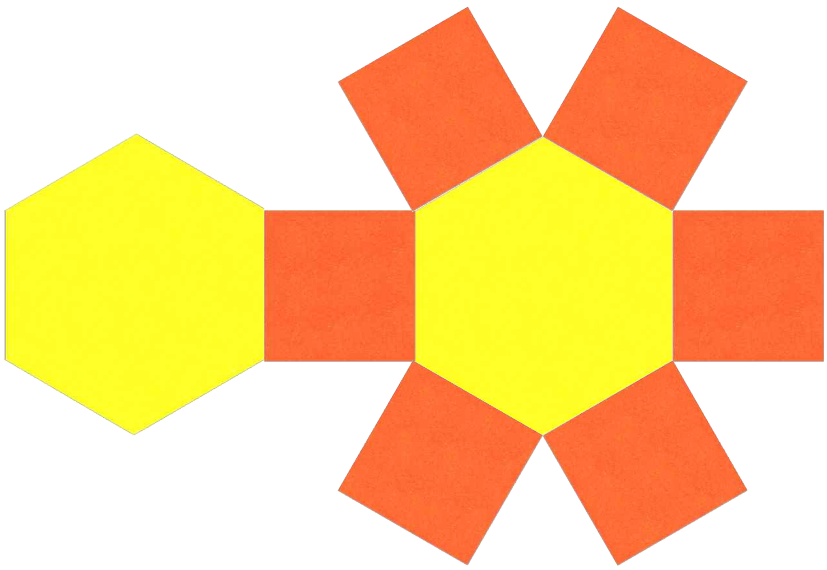
Tip 노란색 블록 4개를 쌓은 육각기둥의 옆면은 주황색 블록과 모양과 크기가 같다.



육각기둥의 전개도는

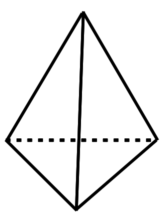


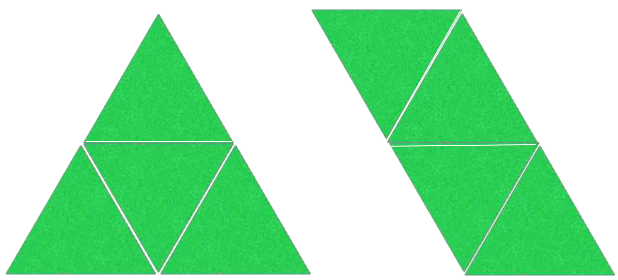
등 두 밑면의 위치를 바꾸어서 여러 가지로 만들 수 있다.



Tip 위의 전개도에서 노란 블록을 다른 곳에 붙이는 것은 돌리면 겹쳐지므로 같다.

- 한 모서리의 길이가 2cm인 다음과 같은 삼각뿔의 전개도를 녹색 블록을 사용해서 2가지 방법으로 만들고 그리시오.



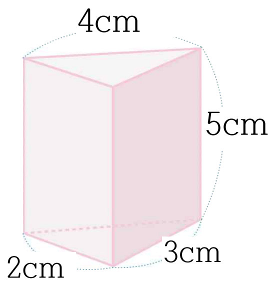


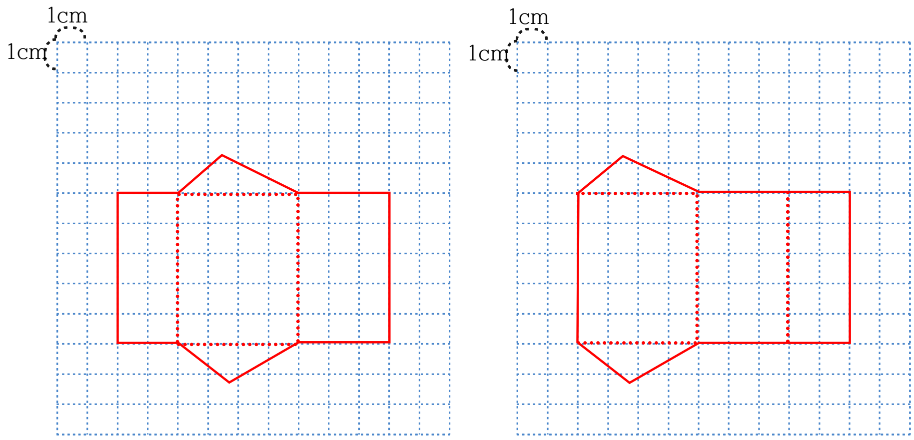
- 다른 종이에 삼각뿔의 전개도를 두 가지 방법으로 그리고 실선을 따라 오린 다음 점선을 따라 접어서 삼각뿔을 만들어 보시오.

Tip 전개도가 되도록 녹색 블록을 놓고 본을 떠서 전개도를 그리도록 한다.

MATH 창의 서술·논술형 평가

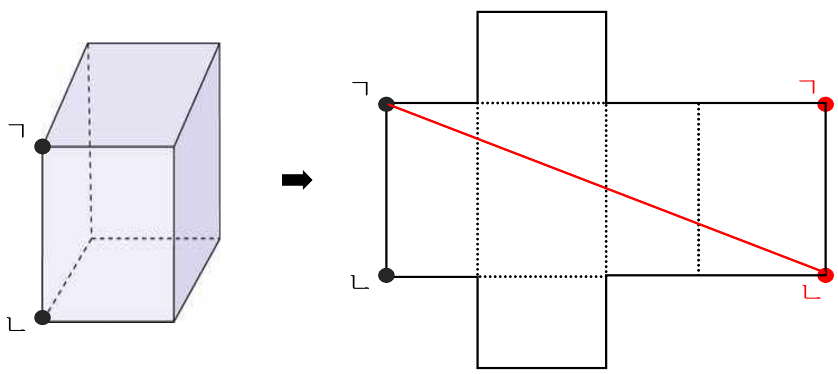
● 삼각기둥의 전개도를 2가지 방법으로 그려 보시오.





좀 더 알아보기

사각기둥의 꼭짓점 ㄱ에서 출발하여 옆면을 모두 한 번씩 지나 꼭짓점 ㄴ까지 이어진 가장 짧은 선을 긋고, 사각기둥을 그림과 같이 펼쳐서 전개도를 만들었습니다. 전개도에서 사각기둥에 그어진 가장 짧은 선을 나타내어 보시오.



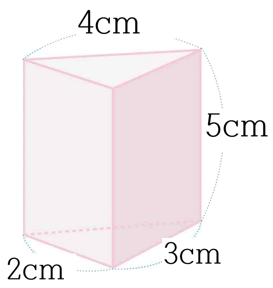
Tip 전개도에서 또 다른 점 ㄱ, ㄴ의 위치를 찾아 표시하고, 선분 ㄱㄴ을 그리도록 한다.

Tip 다른 대각선으로 선분 ㄱㄴ을 그려도 된다.

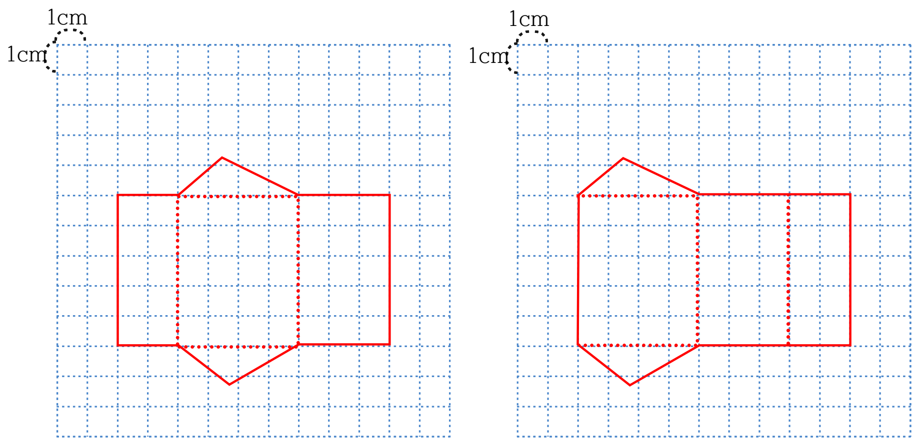
풀이생각쓰기 온라인학습 공부한 내용을 바탕으로 다음 문제의 풀이, 생각을 써 보시오. 그리고 홈페이지에서 선생님의 모범 풀이나 친구들의 풀이와 비교해 보고, 자신의 풀이, 생각을 다시 한 번 정리해 보시오.

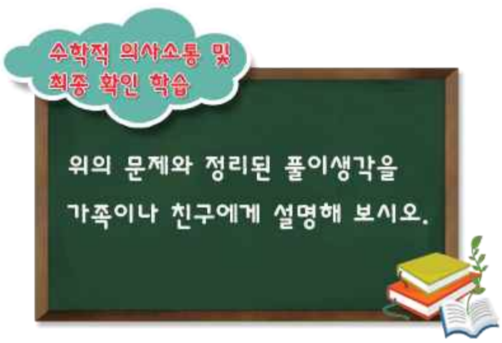
창의 서술·논술형 평가 612-3

삼각기둥의 전개도를 2가지 방법으로 그려 보시오.



풀이생각





스스로 온라인 학습 공부한 내용을 바탕으로 스스로 정리해 봅시다.

내가 쓴 글을 홈페이지 (창의수학교육연구소 또는 http://chammath.kr)의 '스스로 학습'에 올려 보고, 친구들의 글과 비교하여 봅시다.

내가 오늘 수학 공부에서 배운 것은

_______________________________________ 입니다.

그리고 오늘 수학 공부에서 새롭게 알게 된 것과 느낀 점은

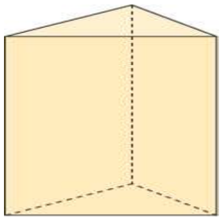
____

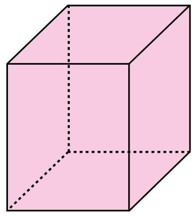
_______________________________________ 입니다.

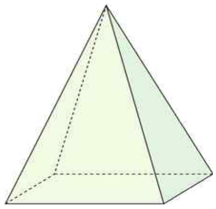
- 비슷하거나 발전된 문제를 만들고 풀어 보기
- 수학 일기 쓰기
- 수학 동시 쓰기
- 수학 만화 그리기
- 수학 마인드 맵 그리기

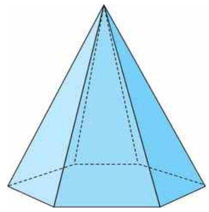
기본평가 2단원 각기둥과 각뿔

★ 입체도형을 보고, 이름을 써 넣으시오.

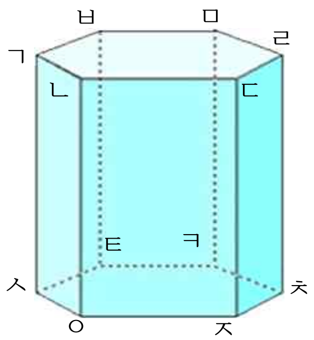
1

(삼각기둥)

2

(사각기둥)

3

(사각뿔)

4

(육각뿔)

★ 다음 입체도형을 보고, 물음에 답하시오.



5 밑면을 모두 써 보시오.

면ㄱㄴㄷㄹㅁㅂ, 면 ㅅㅇㅈㅊㅋㅌ

6 옆면은 어떤 모양입니까? 또 몇 개입니까?

직사각형, 6개

7 꼭짓점과 모서리는 각각 몇 개입니까?

꼭짓점 12개, 모서리 18개

8 도형의 이름을 써 보시오. 육각기둥

★ 오른쪽 입체도형을 보고, 물음에 답하시오.

9 밑면을 모두 써 보시오.

면 ㄴㄷㄹㅁㅂ

10 옆면은 어떤 모양입니까? 또 몇 개입니까?

삼각형 , 5개

11 꼭짓점과 모서리는 각각 몇 개입니까?

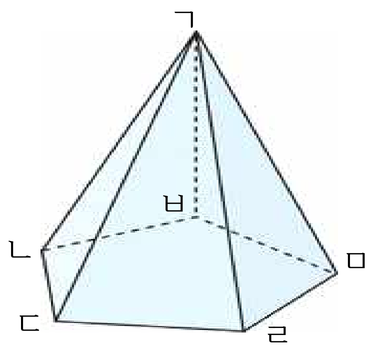
꼭짓점 6개, 모서리 10개

12 점ㄱ을 무엇이라고 합니까?

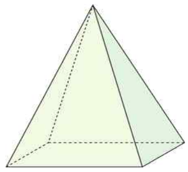
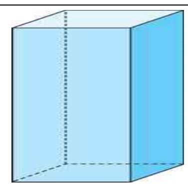
각뿔의 꼭짓점

13 도형의 이름을 써 보시오.

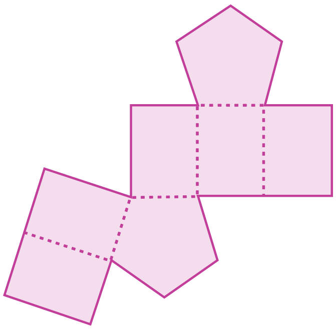
오각뿔



★ 입체도형을 보고, 차이점과 공통점을 써 보시오.

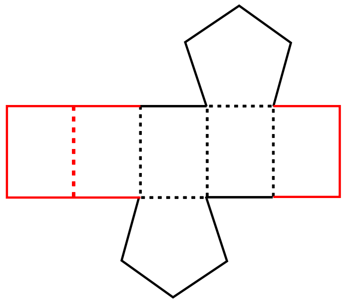
입체도형		
14 차이점	밑면이 1개이다. 옆면이 삼각형이다.	밑면이 2개이다. 옆면이 직사각형이다.
15 공통점	밑면이 사각형이다. 옆면이 4개이다. Tip (면의 수)+(꼭짓점의 수)−(모서리의 수)=2	

16 전개도를 접었을 때 만들어지는 입체도형의 이름을 쓰고, 그 이유를 써 보시오.



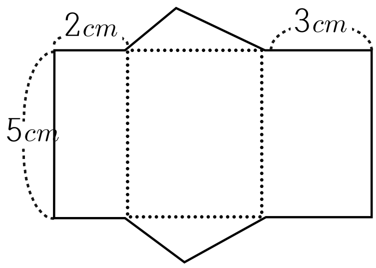
오각기둥, 두 밑면이 서로 평행이고 합동인 오각형으로 이루어진 입체도형이기 때문이다.

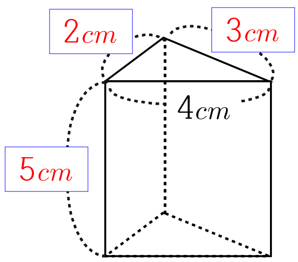
17 왼쪽 전개도를 다른 방법으로 완성하시오.



Tip 여러 가지 방법으로 만들 수 있다.

18 전개도를 점선을 따라 접어서 각기둥을 만들었습니다. □안에 알맞은 수를 써 넣으시오.

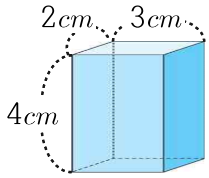


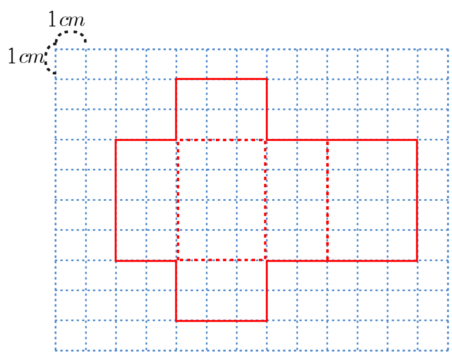


19 두 밑면이 서로 평행이고, 합동인 다각형이며, 꼭짓점의 수와 모서리의 수의 합이 50인 입체도형의 이름은 무엇입니까?

두 밑면이 서로 평행이고 합동인 다각형이면 각기둥이다. 각기둥의 꼭짓점의 수와 모서리 수의 합은 삼각기둥(6+9=15, 3×5=15), 사각기둥(8+12=20, 4×5=20), 오각기둥(10+15=25,5×5=25), …이므로 10×5=50으로부터 십각기둥이다.

20 사각기둥의 전개도를 그려 보시오.

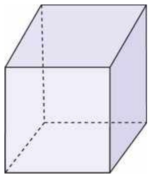




창의 서술 논술형 평가

2단원. 각기둥과 각뿔

1 각기둥의 밑면, 옆면을 넣어 문장을 만들어 보시오.



밑면 : 각기둥에서 두 밑면은 서로 평행이다.

옆면 : 각기둥에서 옆면의 모양은 모두 직사각형이다.

2 다음 그림을 왜 피라미드(pyramid)라고 했는지 이유를 설명해 보시오.

피라미드(Pyramid)는 영어로 각뿔이라는 뜻이다. 이집트 피라미드는 각뿔처럼 생겼기 때문에 피라미드라고 한 것 같다.

3 각기둥과 각뿔의 면의 수, 꼭짓점의 수, 모서리의 수를 각각 구하고, 규칙을 찾아 십각기둥과 십각뿔의 면, 꼭짓점, 모서리의 수도 구하시오.

	삼각기둥	사각기둥	오각기둥	…	삼각뿔	사각뿔	오각뿔	…	십각기둥	십각뿔
면의 수	5	6	7	…	4	5	6	…	12	11
꼭짓점의 수	6	8	10	…	4	5	6	…	20	11
모서리의 수	9	12	15	…	6	8	10	…	30	20

규칙 n각기둥의 면의 수는 $n+2$, 꼭짓점의 수는 $n\times2$, 모서리의 수는 $n\times3$이다.
n각뿔의 면의 수는 $n+1$, 꼭짓점의 수는 $n+1$, 모서리의 수는 $n\times2$이다.

4 18세기 스위스의 수학자 오일러는 모든 입체도형에서 면의 수와 꼭짓점의 수를 더한 다음 모서리의 수를 빼면 항상 2가 나온다는 것을 발견했습니다. 그래서 '(면의 수)+(꼭짓점의 수)−(모서리의 수)=2'를 '오일러의 정리'라고 합니다. 이 정리가 모든 각기둥과 각뿔에서 성립한다는 것을 설명해 보시오.

n각기둥의 면의 수는 $n+2$, 꼭짓점의 수는 $n+n$(또는$n\times2$), 모서리의 수는 $n+n+n$(또는 $n\times3$)이므로 (면의 수)+(꼭짓점의 수)−(모서리의 수)$=n+2+n+n-(n+n+n)=2$
n각뿔에서 면의 수는 $n+1$, 꼭짓점의 수는 $n+1$, 모서리의 수는 $n+n$(또는$n\times2$)이므로 $(n+1)+(n+1)-(n+n)=2$, 따라서 모든 입체도형에서 오일러의 정리는 성립한다.

Tip 삼각기둥, 사각기둥, …, 삼각뿔, 사각뿔, … 등에서 오일러의 정리가 맞는지 확인한 다음 일반화한다.

심화 수준 평가

2단원. 각기둥과 각뿔

1 십이각기둥의 면, 꼭짓점, 모서리의 수를 각각 구하시오.

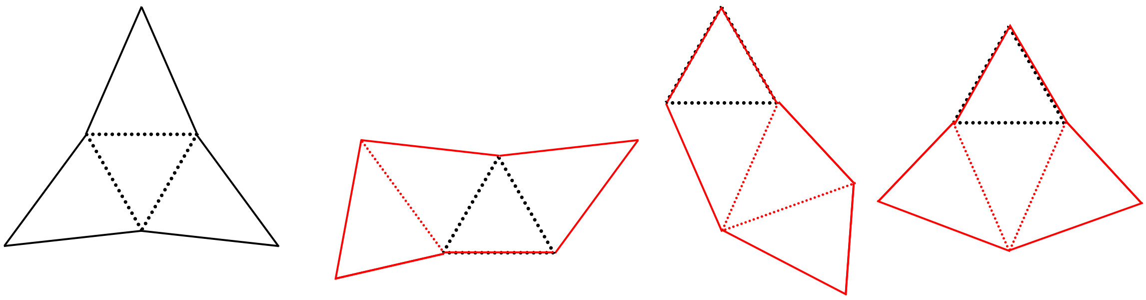
십이각기둥의 면의 수 12+2=14, 꼭짓점의 수12×2=24, 모서리의 수 12×3=36

2 어떤 각기둥의 면, 꼭짓점, 모서리의 수의 합이 122입니다. 이 각기둥의 이름은 무엇입니까?

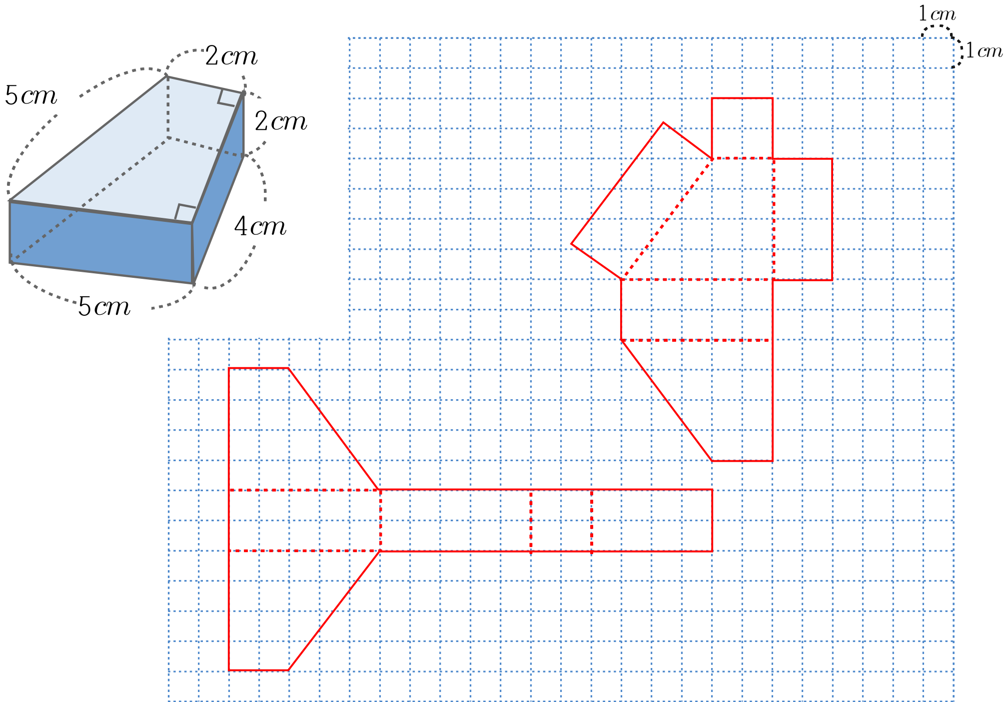
각기둥의 면, 꼭짓점, 모서리의 합을 구해보면,
삼각기둥 3+2+3×2+3×3=3×6+2=20, 사각기둥 4+2+4×2+4×3=4×6+2=26
오각기둥 5+2+5×2+5×3=5×6+2=32
□×6+2=122, □×6=120, □=20으로부터 이십각기둥이다.

3 다음은 밑면이 정삼각형인 삼각뿔의 전개도입니다. 또 다른 방법으로 전개도를 그리는 방법을 찾고, 아래의 밑면에 전개도를 완성하시오.

방법	3개의 옆면이 모두 떨어져 있는 경우, 옆면이 2개만 붙어 있는 경우 그리고 옆면이 모두 붙어있는 경우를 차례대로 그린다.



※ 사각기둥의 전개도를 2가지 방법으로 그려 보시오.(**4** , **5**)



교구 창의 탐구 수학

정십이각형을 만드는 수학적인 아이디어 찾기

탐구1 다음 블록으로 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형을 만드는 여러 가지 방법을 찾아 만들어 봅시다.

Tip 선대칭이면서 점대칭이 되려면 주어진 두 점선으로 좌우상하로 대칭이면 된다.

- 녹색 정삼각형 블록 12개
- 회색 마름모 블록 4개
- 주황색 정사각형 블록 4개

Tip 두 점선이 (방법1)은 꼭짓점에서, (방법2)에서는 변의 중점에서 그어져 있으므로 회색 블록 4개와 주황색 블록 4개를 어떻게 놓을 것인가를 생각해 보도록 한다.

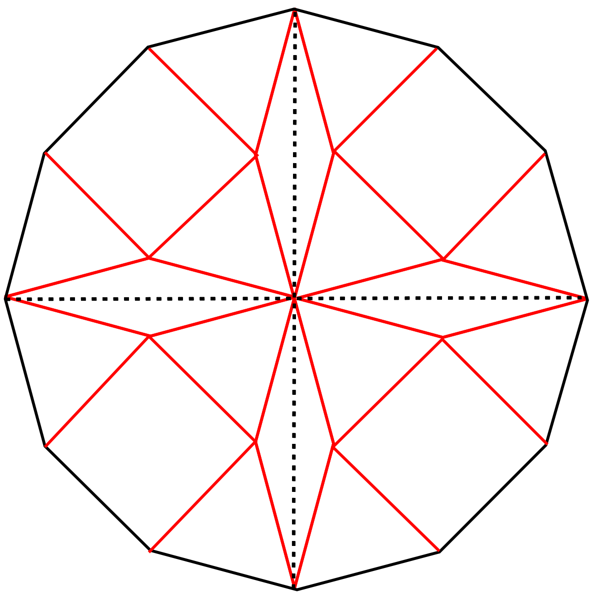
방법 1

가운데 점을 지나는 점선이 정십이각형의 꼭짓점에서 그어져 있으므로 우선 회색 블록 4개를 가운데 점과 점선을 중심으로 아래와 같이 놓아야 좌우상하로 대칭이 되어 선대칭이면서 점대칭이 된다.

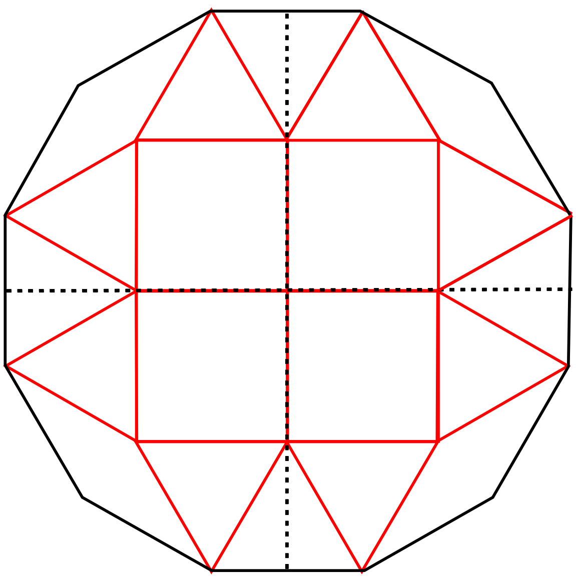
방법 2

가운데 점을 지나는 점선이 정십이각형의 변의 중점에서 그어져 있으므로 우선 주황색 블록 4개를 가운데 점과 점선을 중심으로 아래와 같이 놓고, 나머지 블록을 어떻게 놓을 것인가를 생각해 본다.

방법 1



방법 2



탐구2 앞의 **탐구1** 에서 만든 것을 바탕으로 생각을 해서 선대칭이면서 점대칭인 정십이각형을 만들 수 있는 블록의 종류와 개수를 쓰고, 만들어 보시오.

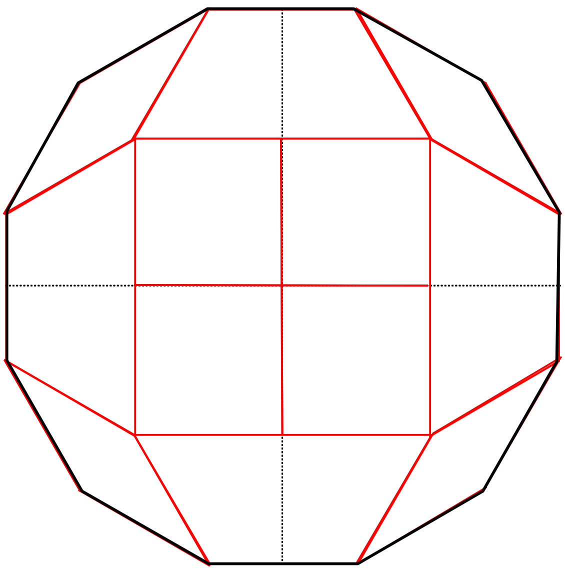
생각 및 블록의 종류와 개수

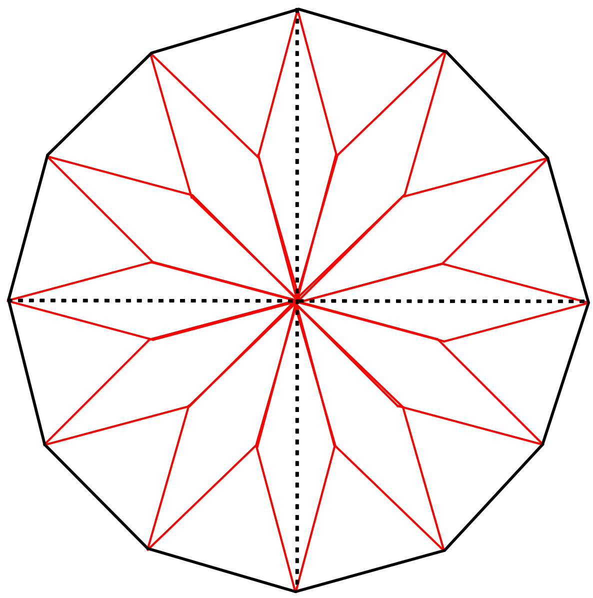
활동1 의 (방법2)에서 녹색 블록 3개는 빨간색 블록 1개이므로 (빨간색 4개, 회색 4개, 주황색 4개)로 만들 수 있다.

Tip (빨간색 2개, 녹색 6개, 회색 4개, 주황색 4개)로도 만들 수 있다.

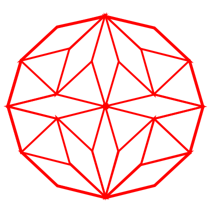
생각 및 블록의 종류와 개수

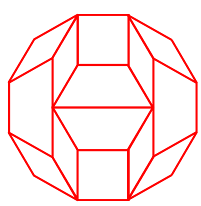
활동1 의 (방법1)과 (방법2)에서 주황색 블록 1개와 녹색 블록 1개( )는 회색 블록 2개와 녹색 블록 1개( )이므로 주황색 블록 1개는 회색 블록 2개이다. 따라서 (녹색 12개, 회색 12개)로 만들 수 있다.

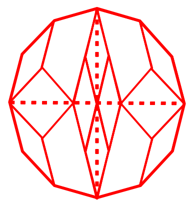




Tip 블록의 배열을 다르게 해서도 만들 수 있고, 주황색 블록 1개는 회색 블록 2개와 같으므로 (회색 블록 4개, 주황색 블록 4개, 빨간색 블록 4개) 대신에 (회색 블록 8개, 주황색 블록 2개, 빨간색 블록 4개)로도 만들 수 있다.





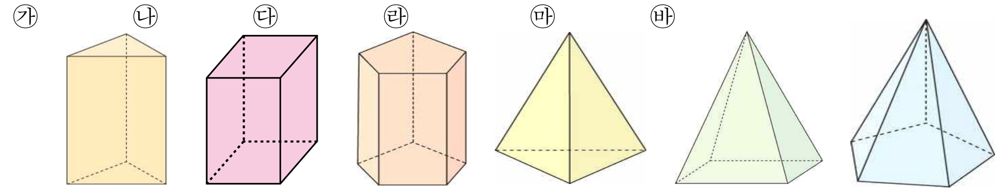


한박사의 스토리텔링

ChamMath

오일러가 발견한 각기둥과 각뿔의 공통점은?

㉮, ㉯, ㉰와 같은 도형을 각기둥, ㉱, ㉲, ㉳와 같은 도형을 각뿔이라고 합니다.



각기둥은 밑면이 2개이지만 각뿔의 밑면은 1개입니다. 각기둥의 밑면은 직사각형인데, 각뿔의 옆면은 삼각형으로 차이가 나지요. 그렇다면 각기둥과 각뿔의 공통점은 무엇입니까? 우리는 각기둥과 각뿔 모두 하나의 밑면이 다각형인 입체도형이라는 공통점을 알고 있습니다.

18세기 수학자 오일러는 모든 입체도형에서 면의 수와 꼭짓점의 수를 더한 다음 모서리의 수를 빼면 항상 2가 나온다는 것을 발견했습니다. 그래서 '(면의 수)+(꼭짓점의 수)−(모서리의 수)=2'를 오일러의 정리라고 합니다. 실제도 다음과 같은 각기둥과 각뿔에서 확인해 봅시다.

	삼각기둥	사각기둥	오각기둥	…	삼각뿔	사각뿔	오각뿔	…
면의 수	5	6	7	…	4	5	6	…
꼭짓점의 수	6	8	10	…	4	5	6	…
모서리의 수	9	12	12	…	6	8	10	…

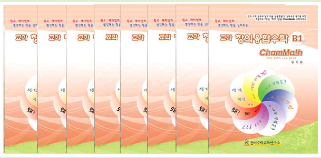
(면의 수)+(꼭짓점의 수)−(모서리의 수)를 계산해보면, 삼각기둥은 $5+6-9=2$, 오각뿔도 $6+6-10=2$와 같이 모두 오일러의 정리와 같습니다.

n각기둥의 면의 수는 $n+2$, 꼭짓점의 수는 $n+n$, 모서리의 수는 $n+n+n$이므로 $n+2+n+n-(n+n+n)=2$

n각뿔의 수는 $n+1$, 꼭짓점의 수는 $n+1$, 모서리의 수는 $n+n$이므로

$n+1+n+1-(n+n)=2$

로부터 모든 입체도형에서 오일러의 정리가 성립한다는 것을 우리도 쉽게 알 수 있습니다. 그러나 1752년에 오일러가 말하기 전까지는 이러한 정리를 만들 생각을 아무도 하지 못했습니다. 여러분들도 뭔가를 발견해 보려는 생각을 해 보기 바랍니다. 그러면 여러분도 자신의 이름을 붙이는 '000의 정리'를 발견할 수도 있을 것입니다.

대상	교과 창의융합수학(48권) (교과서 단원별 기본 교재)	교구 창의수학(24권) (교구활용 탐구활동 교재)	우수아 창의수학(60권) (우수아 및 수학 영재 교재)
초등 1학년			
초등 2학년			
초등 3학년			
초등 4학년			
초등 5학년			
초등 6학년			

교사용 지도서	교과 창의융합수학	교구 창의수학 (학기별)	우수아 창의수학(학년별)
	단계별, 권별 : e북 학기별: 		

교구 놀이 창의 탐구(6권) (교구 활용 누리과정 교재)	학생용 창의수학 교구	교사용 창의수학 교구 (자석칠판 부착용)
		

구입문의 : 031-287-4442 홈페이지(http://chammath.kr)

지식이 폭발하고, 스마트폰이 있어서 '아는게 힘'이 아니라 '생각하는게 힘'인 세상입니다.
'이렇게 풀어, 이게 요점이야'라고 누군가의 풀이나 설명을 듣는 가짜수학을 계속하면
생각하는 힘과 자기주도적학습력은 고사하고 수학을 포기하게 됩니다.
이 책으로 이미 알고 있는(배운) 것을 바탕으로
스스로 생각해서 새로운 것을 알아내는
진짜수학 공부를 하기
바랍니다.

한 기 완

기본을 생각하라 스스로 알아내라 ChamMath

수학교육학박사
초등학교 수석교사
경인교육대학교 수학과 겸임교수
아주대 영재교육원 수학 지도교사 역임
한국교육개발원 수학영재교사 연수 강사 역임
경인교육대학교에서 '수학적 사고교육', '수학 문제해결',
'수학교육 평가론'으로 교육전문대학원 강의를 하고 있으며,
초등수학 수업개선 사례를 중심으로 현장 교사를 위한 연수 강의와
진짜 수학 공부에 도움을 주는 학부모의 역할에 대해 강연활동을 하고 있다.
주요 저서로는 우수아 창의수학(학년별 10권씩 60권), 교구 창의수학(학년별 4권씩 24권)
교구놀이 창의탐구(누리과정 6권), 경시올림피아드(초등 6학년 수학 기본편, 실전편 2권)
제7차 교육과정 초등 수학 교과서 집필, 단원별 교과 창의융합수학(학년별 8권씩 48권) 등이 있다.

http://chammath.kr

창의수학교육연구소
경기도 용인시 기흥구 동백5로 21-5 베스트빌 801호
전화 031)287-4442

65410
9 791186 629093